COMPTES RENDUS

DES SÉANCES

DE L'ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 20 OCTOBRE 1884.

PRÉSIDENCE DE M. ROLLAND.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. Marey donne lecture d'un Mémoire relatif à « La propagation du choléra par les eaux contaminées. »

Cette Note sera insérée aux *Comptes rendus* de la prochaine séance.

ALGÈBRE. — *Sur les conditions de l'existence de racines égales dans l'équation du second degré de Hamilton et sur une méthode générale pour résoudre une équation unilatérale de n'importe quel degré en matrices d'un ordre quelconque.* Note de M. Sylvester.

« L'équation de Hamilton en quaternions ou en matrices binaires est celle que nous avons traitée dans une Note précédente. C'est l'équation

$$x^2 + 2qx + r = 0.$$

» Nous avons trouvé que la solution de cette équation dépend d'une

équation cubique ordinaire en λ, à chaque valeur de laquelle correspondent deux valeurs de x, et qu'elle est normale ou régulière quand le dernier terme de cette équation diffère de zéro. L'équation est dite *régulière* ou *normale* quand sa solution dépend du nombre maximum de racines déterminées, c'est-à-dire de trois paires de racines déterminées; chaque paire est alors connue comme fonction de λ, q, r et des paramètres b, c, d, e, f qui dépendent de q et r et sont définis au moyen du déterminant de $u + vq + wr$ (¹) qu'on a supposé être mis sous la forme

$$u^2 + 2buv + 2cuw + dv^2 + 2evw + fw^2,$$

d'où

$$b = Sq, \quad c = Sr, \quad d = Tq^2, \quad f = Tr^2 e = SqSr - S(Vq.Vr) \quad (^1).$$

Dans ce cas, on peut dire que la solution elle-même est régulière.

» En nommant I l'invariant de la forme ternaire, écrite plus haut, c'est-à-dire en posant

$$I = df + 2bce - b^2 f - c^2 d - e^2,$$

nous avons trouvé que l'équation en λ peut être mise sous la forme

$$e^{\lambda\Omega}\, I = 0,$$

où

$$\Omega = 2\delta_c - \delta_d,$$

c'est-à-dire qu'on aura

$$4\lambda^3 + (4c - 4d)\lambda^2 + (4be - 4cd + c^2 - f)\lambda + I = 0.$$

» Ainsi, afin que la solution soit régulière, il faut et il suffit que I diffère de zéro (²).

(¹) Par un oubli très regrettable nous avons pris, dans une Note précédente, pour le coefficient de $2xy$ dans la forme associée à

$$(up + vq + wr + \ldots),$$

$S(VpVq)$ au lieu de sa vraie valeur,

$$SpSq - S(VpVq),$$

et de même pour les autres coefficients des termes mixtes, de sorte que le calcul du déterminant du *nivellateur* $\Sigma p(\quad)p'$ dans la Note sur l'achèvement de la solution de l'équation linéaire en quaternions est erroné et a besoin d'être fait de nouveau.

(²) Conséquemment, quand l'équation est régulière, ni q ni v ne peut devenir zéro; car, dans l'un et l'autre de ces deux cas, $I = 0$; aussi, pour la même raison, r ne peut pas être une fonction de q.

» De là il suit que, dans le cas d'une équation régulière, deux x ne peuvent être égaux, à moins qu'ils n'appartiennent à la même paire ou bien que deux λ ne deviennent égaux; car x peut être exprimé comme une fonction linéaire de qr, q, r, 1, dans laquelle le coefficient de qr est $-\frac{1}{2\lambda}$.

» Donc, si deux des x sont égaux sans que deux λ le soient, une équation linéaire subsistera entre pq, p, q, 1, mais dans ce cas nous avons trouvé ailleurs que $I = 0$, et la solution cesse d'être régulière.

» Nous allons pour le moment nous borner au cas où l'équation est régulière, et conséquemment nous n'aurons qu'à considérer les cas où il y a égalité ou entre deux racines de λ ou bien entre deux valeurs de x qui correspondent à la même valeur de λ.

» Si l'on suppose que deux valeurs de λ soient égales, il en résultera que deux des paires de valeurs de x deviendront identiques, de sorte qu'une seule condition suffira à réduire le nombre des racines distinctes de 6 à 4, c'est-à-dire que les valeurs de x, qui, en général, sont de la forme m, m'; n, n'; p, p', deviendront de la forme m, m'; n, n'; n, n'.

» Au lieu de calculer directement le discriminant de l'équation en λ, qui donnera un résultat très compliqué, nous allons montrer qu'on peut substituer le discriminant de la forme très simple biquadratique

$$\left(1,\, b,\, \frac{c+2d}{3},\, e,\, f\right)(r, s)^4.$$

» Mais préalablement il sera utile d'opérer une transformation linéaire sur l'équation en λ.

» Écrivons $\lambda = \mu + d$; l'équation en μ sera

$$\begin{aligned}&4\mu^3 + 4(c+2d)\mu^2\\&\quad + [(c+2d)^2 + 4be - f]\mu + 2b(c+2d)e - b^2 f - e^2 = 0.\end{aligned}$$

» On voit donc que le discriminant qu'on veut calculer est une fonction complète de b, $c+2d$, e, f.

» Nous avons trouvé $u^2 = \lambda - d + b^2$, c'est-à-dire $\mu + b^2$. On aura donc

$$\begin{aligned}&4u^6 + 4(c+2d-3b^2)u^4\\&\quad + [12b^4 - 8(c+2d)b^2 + (c+2d)^2 + (4be-f)]u^2\\&\quad - [2b^3 - b(c+2d) + e]^2 \quad (^1).\end{aligned}$$

---

(1) u sera la partie scalar de x si l'équation est donnée sous la forme quaternionique, ou bien la moitié de la somme du premier et du quatrième élément de x si l'équation est

» Dans l'équation donnée, substituons $x + \varepsilon$, où ε est un infinitésimal $\left(scalar\right.$ si l'on parle de quaternions ou représentant la matrice $\begin{matrix} \varepsilon & 0 \\ 0 & \varepsilon \end{matrix}$ si l'on parle de matrices$\left.\right)$; alors p sera augmenté par ε et q par $2\varepsilon p$, et ainsi $(\lambda + \mu p + \nu q)$ deviendra $(\lambda + \varepsilon\mu) + (\mu + 2\varepsilon\nu)p + \nu q$, de sorte qu'en désignant le discriminant cherché par D, l'accroissement de D est nul quand λ et μ deviennent $\lambda + \varepsilon\mu$, $\mu + \varepsilon\nu$ simultanément, c'est-à-dire quand la forme ternaire en u, v, w devient

$$u^2 + 2(b + \varepsilon)uv + 2(c + 2\varepsilon b)uw + (d + 2\varepsilon b)v^2 \\ + (2e + 2\varepsilon c + 4\varepsilon d)vw + (f + 4\varepsilon e)w^2.$$

Donc

$$(\delta_b + 2b\delta_c + 2b\delta_d + (c + 2d)\delta_e + (4e\delta_f)\mathrm{D} = 0.$$

» Écrivons $c + 2d = 3m$. On sait que D est une fonction complète de b, m, e, f, de sorte que, par rapport à D (comme opérande), $\delta_c + \delta_d = \delta_m$; ainsi, en écrivant $1 = a$, on aura

$$(a\delta_b + 2b\delta_m + 3m\delta_e + 4e\delta_f)\mathrm{D} = 0.$$

» D sera donc ou un invariant ou un sous-invariant de la forme biquadratique (a, b, m, e, f).

» Mais, en faisant attention à l'équation en μ, on voit que D sera de l'ordre 6 dans les coefficients et du poids 12; il est donc un invariant et une fonction linéaire de s^3 et t^2 (où s et t sont les deux invariants irréductibles) de la forme biquadratique.

» En nommant Δ le discriminant de cette forme, on a

$$\Delta = s^3 - 27t^2,$$

dont une partie sera

$$f^3 - 27b^4f^2;$$

mais on voit, par l'examen de l'équation en μ, qu'une partie de D sera

$$16b^4f^2 - \frac{16f^3}{27}$$

et, conséquemment,

$$\mathrm{D} = -\tfrac{16}{27}\Delta.$$

---

donnée entre des matrices. Hamilton a trouvé l'équation équivalente à celle donnée pour u dans le texte; mais, dans sa formule, les coefficients sont exprimés sous une forme compliquée et assez difficile à débrouiller.

» Il s'ensuit que la condition nécessaire et suffisante pour l'égalité de deux des racines de l'équation donnée avec deux autres est tout simplement $\Delta = 0$, comme nous l'avons déjà énoncé.

» Cherchons la condition pour laquelle les trois paires coïncideront toutes dans une seule paire; alors les trois racines de μ deviennent toutes égales, et l'on a non seulement

$$\Delta = 0,$$

mais encore

$$(12m^2) - (9m^2 + 4be - f) = 0,$$

c'est-à-dire

$$f - 4be + 3m^2 = 0 \quad \text{ou} \quad s = 0.$$

Donc les conditions nécessaires et suffisantes, pour qu'il n'y ait que deux racines distinctes chacune, prises trois fois dans la solution de l'équation donnée, seront

$$s = 0, \quad t = 0.$$

On peut aussi demander quelle est la condition ou plutôt quelles sont les équations de condition pour que deux racines de la même paire soient égales.

» Dans ce cas, nous avons trouvé que $u = 0$; cela exige que le dernier terme dans l'équation à u^2 devienne zéro. On aura donc, en vertu de l'équation en u^2,

$$ae - 3bm + 2b^3 = 0,$$

c'est-à-dire que le sous-invariant gauche ou bien le premier coefficient du Hessien à la forme biquadratique s'évanouit. Mais cela ne suffit pas pour que les deux x d'une paire deviennent parfaitement identiques. Il faut aussi que les deux valeurs de v, qui correspondent à la valeur zéro de u, ou que les deux racines de l'équation

$$v^2 - 4\lambda(v + c) + \gamma = 0,$$

où

$$\lambda = \alpha = d - b^2,$$

deviennent égales, c'est-à-dire que

$$\gamma + c^2 - (2\alpha + c^2) = 0,$$

ou bien, puisque $\gamma = f - c^2$, que

$$f - (3m - 2b^2)^2 = 0;$$

à cette équation il faut joindre l'équation déjà trouvée

$$ae - 3bm + 2b^3 = 0;$$

le système de ces deux équations exprime la condition de la coïncidence des deux x d'une paire. Quoique $f - (3m - 2b^2)^2 = 0$ ne soit pas en elle-même un sous-invariant, les deux équations ci-dessus constituent (comme elles doivent le faire) un *plexus* sous-invariantif; car on trouvera

$$(a\delta_b + 2b\delta_m + 3m\delta_e + 4e\delta_f)[af - (3am - 2b^2)^2] \\ = 4(ae - 3bm + 2b^3) = 0.$$

En effet, puisque $f - (3m - 2b^2)^2$ ne diffère de $f - 9m^2 + 2abe + 6b^2m$ (le second coefficient du Hessien) que par $-2b(ae - 3bm + 2b^3)$, on peut substituer, pour le plexus écrit plus haut, le plexus $H_1 = 0$, $H_2 = 0$, où H_1, H_2 sont le premier et le second coefficient du Hessien de la forme quadratique.

» Or il est facile de démontrer que, quand dans la forme $(a, b, m, e, f)(x, y)$ a n'est pas zéro, mais que les deux premiers coefficients du covariant irréductible gauche le sont, le covariant s'évanouit complètement [1], et la forme biquadratique a deux paires de racines égales.

» On sait aussi que, quand les deux invariants irréductibles s'évanouissent, il y a trois racines égales, et, quand en même temps les deux invariants et le covariant gauche s'évanouissent, toutes les racines de la biquadratique sont égales.

» Ainsi on voit que les seuls cas d'égalité possibles entre les racines de l'équation quadratique donnée, quand sa solution est régulière, correspondent aux quatre cas d'égalité entre les racines de la biquadratique ordinaire qui s'y est associée.

» En prenant les quatre cas : 1° ou la quadratique a deux racines égales; 2° ou elle a deux paires de racines égales; 3° trois racines égales; 4° toutes ses racines égales; alors la quadratique donnée aura, dans le premier cas, deux paires de racines égales; dans le deuxième, quatre racines égales; dans le troisième, trois paires de racines égales, et dans le dernier cas toutes ses racines seront égales.

---

[1] Quand les deux premiers coefficients du covariant irréductible gauche d'une biquadratique binaire s'évanouissent, le discriminant s'évanouit nécessairement : nous avons trouvé que ce discriminant pris négativement égale 16 fois le produit des coefficients extrêmes, moins le produit du second et l'avant-dernier coefficient du covariant gauche.

» Quant au rapport de la biquadratique binaire à la forme ternaire quadratique, on passe de la seconde à la première, en se servant de la substitution dont s'est servi notre très honoré collègue, M. Darboux, dans sa belle Note sur la résolution de l'équation biquadratique (*Journal de Liouville*, t. XVIII, p. 220). On n'a qu'à faire $x = u^2$, $y = 2uv$, $z = v^2$, et la forme ternaire passe dans la forme binaire biquadratique. On voit ainsi que les genres de solutions régulières de l'équation en quaternions donnée dépendent exclusivement de la relation entre la conique qui s'y est associée avec la conique absolue $y^2 - 4xz$. Dans le cas le plus général, les deux courbes se coupent en quatre points; dans les quatre autres cas, il y aura l'une ou l'autre des quatre espèces de contact entre les deux coniques.

» Mais, de plus, on voit évidemment que cette idée des deux coniques peut être étendue à l'équation de Hamilton, même pour le cas où la solution devient irrégulière.

» Dans ce cas, la forme ternaire, associée à l'équation $x^2 + qx + r$, perdra sa forme de conique et deviendra un système de deux lignes droites qui se croisent ou de deux lignes coïncidentes. Dans la première supposition, il y aura le cas où les deux droites toutes les deux coupent et les cas où l'une ou toutes les deux touchent la conique fixe; il y aura aussi les cas où la conique fixe passe par le point d'intersection des deux droites en les coupant toutes les deux ou en en touchant une. Dans la seconde supposition, il y aura les deux cas où les droites coïncidentes coupent ou touchent la conique fixe.

» Ainsi donc il nous paraît qu'on peut affirmer avec pleine confiance que, dans l'équation de Hamilton [1], il y a exactement douze cas, ou au moins douze cas principaux, à considérer [2]. Nous devons cette méthode

(1) Quant à l'équation plus générale $px^2 + qx + r = 0$, dans le cas où le discriminant ou le tenseur de p devient zéro et que, par conséquent, la forme ne rentre pas dans celle de Hamilton (puisqu'on ne peut plus diviser l'équation par p), il peut se présenter encore un grand nombre de cas singuliers que nous n'avons pas encore étudiés à fond.

(2) Cela donne lieu à une réflexion curieuse. Si l'on considère tous les genres de rapports qui peuvent avoir lieu entre une vraie conique et une conique variable et capable de dégénérer en n'excluant pas les deux cas où la conique variable coïncide avec l'autre ou s'évanouit tout à fait, le nombre de ces genres sera 14, qui est le nombre de doubles décompositions du nombre 4, savoir :

4: 3,1: 2,2: 2,1,1: 1,1,1,1: 3:1 2,1:1 1,1,1:1 2:2 1,1:2 1,1:1,1 2:1:1 1,1:1:1 1:1:1:1.

De même on trouvera facilement que, pour le cas de formes binaires, le nombre de genres

si simple de dénombrement à la connaissance que nous avons acquise du Mémoire ci-dessus cité de M. Darboux ([1]).

» Mais ce qui plus est, on peut beaucoup simplifier, comme on va voir, la solution de l'équation quadratique $fx = px^2 + qx + r = 0$.

» En regardant pour le moment x comme une quantité ordinaire, soient Fx le déterminant de la matrice $x^2 p + xq + r$ et φx un quelconque des six facteurs quadratiques de Fx; alors $\varphi x = 0$ sera l'équation identique d'une des racines de $fx = 0$, et ces deux équations, en éliminant x^2, donneront la valeur précise de cette racine ([2]). De même nous ferons voir

---

semblables sera 6, car, ayant sur une ligne droite deux points fixes et deux points variables, ces derniers peuvent être distincts entre eux-mêmes en coïncidant avec un ou tous les deux ou avec ni l'un ni l'autre des deux premiers, ou bien ils peuvent être réunis dans un seul point qui peut coïncider ou ne pas coïncider avec un des points fixes, et finalement ils peuvent disparaître; or le nombre de décompositions doubles du nombre 3, c'est-à-dire

$$3:\ 2,1:\ 1,1,1:\ 2:1\ \ 1,1:1\ \ 1:1:1$$

est aussi 6.

Mais nous avons démontré autrefois, dans le *Philosophical Magazine*, que pour le cas de deux formes quadratiques de n variables dont chacune reste générale, c'est-à-dire n'a pas le discriminant zéro, le nombre des genres de rapport est exactement le nombre de doubles décompositions du nombre n. C'est une question qui mérite d'être examinée, si cette identité entre le nombre de genres pour n variables dans le second cas avec celui pour le nombre $n - 1$ dans le premier, reste vraie pour toute valeur de n. Une considération qui s'y oppose, c'est que, dans le premier cas, quand ($n - 1 = 1$) le nombre de genres, au lieu d'être 3 (le nombre de décompositions doubles de 2), n'est que 2, mais il peut arriver que pour ce cas (le cas d'une seule variable), la forme générale étant la même que la forme de coïncidence parfaite, ce genre doit compter pour deux, et ainsi la loi se maintiendra.

([1]) On doit remarquer que le discriminant de l'équation en λ ou μ ou u^2 est le même que celui de la biquadratique associée à l'équation donnée; en effet, l'équation en μ a pour racines $\frac{(\alpha+\beta)(\gamma+\delta)}{4}$, $\frac{(\alpha+\gamma)(\beta+\delta)}{4}$, $\frac{(\alpha+\delta)(\beta+\gamma)}{4}$, où α, β, γ, δ sont les racines de cette biquadratique; ainsi on peut dire que les six racines cherchées sont associées respectivement aux six côtés du quadrangle complet formé par les quatre points d'intersection de la conique appartenant aux coefficients de l'équation donnée avec la conique absolue $y^2 - 4xz$.

On comprend que la forme appartenant à p, q, r veut dire le déterminant de la matrice $xp + yq + zr$ qui est une courbe dont l'ordre sera toujours celui des matrices p, q, r.

([2]) Ainsi on possède une méthode immédiate, et qui s'applique à tous les cas qui peuvent se présenter pour résoudre l'équation de Hamilton. L'analyse précédente suffit pour en donner une démonstration qui a été passée dans le texte.

qu'en général, quel que soit le degré (n) de fx (fonction rationnelle entière et unilatérale de x), lequel, comme aussi chaque coefficient, est une matrice d'un ordre donné (ω) quelconque, en prenant le déterminant Fx de fx (où pour le moment on regarde x comme une quantité ordinaire), chaque facteur du degré ω de Fx sera la fonction identiquement zéro d'une des racines (prise négativement) de l'équation $fx = 0$, et réciproquement.

» Ce beau théorème [1], *pulcherrima regula*, repose sur les considérations suivantes :

» Soit $\varphi\lambda$ le déterminant de $\lambda + x$; alors on peut démontrer facilement que $\varphi x = 0$ sera l'équation identique de x.

» Or soit $fx = 0$, alors $f(-\lambda) = f(-\lambda) - f(x)$ et conséquemment contiendra le facteur $x + \lambda$. Donc le déterminant de $f(-\lambda)$ contiendra le déterminant de $(\lambda + x)$, c'est-à-dire contiendra $\varphi\lambda$, où $\varphi x = 0$ est l'équation identique.

» Ainsi φx (la fonction de x qui est identiquement zéro) ne peut qu'être un facteur du déterminant de $f(-x)$ pris comme si x était une quantité ordinaire. De plus, puisqu'en général ce déterminant sera une fonction irréductible de x, de sorte qu'on ne peut plus distinguer une racine d'avec une autre, tout facteur qu'il contient dont le degré est égal à l'ordre de x sera la fonction identiquement nulle d'une des racines de l'équation $fx = 0$.

» Il paraît donc (s'il n'y a aucune erreur dans ce dernier raisonnement) que le nombre des racines de fx sera le nombre exact de combinaisons de $n\omega$ choses prises ω à ω ensemble, où n est le degré de fx en x et ω l'ordre des matrices qui paraissent là-dedans; conséquemment le nombre des racines sera

$$\frac{\pi n\omega}{\pi(n-1)\omega\, \pi\omega}\quad (^2);$$

(1) On peut donner à cet énoncé une autre forme, à savoir : *Toute racine latente de chaque racine de* fx (fonction rationnelle entière et unilatérale par rapport à x) *est une racine* (prise négativement) *du déterminant de* fx (où x est traité comme une quantité ordinaire) *et réciproquement chaque racine ainsi prise de ce déterminant est une racine latente d'une des racines de* fx.

(2) Dans le cas le plus général d'une équation en x du degré n et de l'ordre ω par rapport aux matrices, on peut supposer un nombre indéfini de termes dans l'équation. Chacun de ces termes sera composé d'un nombre pas plus grand que n des x dont chacun sera suivi et précédé par une matrice multiplicatrice. En appliquant la méthode algébrique di-

ainsi, par exemple, le nombre des racines dans le cas d'une équation du degré n en quaternions sera $2n^2 - n$ (1).

» Pour trouver ces racines, on n'a qu'à combiner les deux équations $fx = 0$, qui ne change pas, avec $\varphi x = 0$, qui varie avec chaque combinaison des racines de Fx [c'est-à-dire le déterminant de $f(-x)$], et, en éliminant les puissances supérieures de x, on trouvera une équation linéaire qui sert à donner x sous la forme d'une fraction : par des procédés qui ne présentent nulle difficulté, cette fraction peut être ramenée (au moins pour le cas des matrices binaires) à la forme d'une autre fraction dont le dénominateur sera une fonction exclusivement des coefficients de la *forme* associée à l'ensemble des coefficients de l'équation donnée dont nous nous proposons d'essayer de trouver la valeur générale. Ce dénominateur sera toujours (comme dans le cas que nous avons traité en détail dans ce qui précède) le *criterium* de la *régularité* de l'équation donnée. Quand ce *criterium* s'évanouit (et pas autrement), quelques-unes des racines vont à l'infini, c'est-à-dire cessent d'être actuelles et deviennent purement conceptuelles.

» En général, pour résoudre l'équation unilatérale du degré n et l'ordre ω, on n'aura besoin que de résoudre une équation ordinaire du degré $n\omega$. Si une racine de l'équation donnée est connue, on n'aura qu'à résoudre deux équations ordinaires des degrés ω et $(n-1)\omega$ respectivement. Dans le cas d'une équation quadratique, quand une racine est donnée, on peut trouver immédiatement l'équation identique d'une seule autre qui y est associée, et conséquemment en déterminer la valeur sans résoudre une équation d'un degré supérieur au premier. Quand deux racines de l'équation résolvante (celle du degré $n\omega$) sont égales, on a $\frac{\pi(n\omega - z)}{\pi(\omega - 1)\,\pi[(n-1)\omega - 1]}$ paires de racines égales dans l'équation du degré n qui est à résoudre.

» Prenons comme exemple de l'application de la méthode l'équation

---

recte pour résoudre cette équation, on sera amené à un système de ω^2 équations du degré n chacune. Ainsi le nombre des racines sera en général n^{ω^2}.

(1) Cela démontre que le nombre 21 que nous avions trouvé pour le cas de $n = 3$ dans le *Philosophical Magazine* (mai 1884) et la formule générale que nous avons basée là-dessus sont erronés; la raison en est évidemment que l'ordre *apparent* du système d'équations qui nous a fourni ce résultat surpasse l'ordre *actuel* de 6 unités.

Nous n'avions pas discuté en détail ces équations, et ainsi cet abaissement du degré nous a échappé. C'est un point curieux qui reste à discuter.

en quaternions

$$q_3 x^3 + q_2 x^2 + q_1 x + q_0 = 0.$$

» La fonction résolvante sera

$$(3.3)\,x^6 + (3.2)x^5 + (3.1 + 2.2)x^4 (3.0 + 2.1)x^3 \\ + (2.0 + 1.1)x^2 (1.0)\,x + (0.0) = 0,$$

où en général $i.i$ et $i.j$ signifient

$$Tq_i^2,\ 2[Sq_i q_j - S(Vq_i Vq_j)]$$

respectivement.

» Les quinze facteurs quadratiques de cette fonction égalés à zéro donneront chacun une équation quadratique à laquelle doit satisfaire une des quinze racines de l'équation donnée, et, en combinant séparément chacune de ces équations avec la cubique donnée, on peut éliminer x^3 et x^2 et obtenir ainsi quinze équations linéaires pour déterminer les quinze racines voulues. »

MÉMOIRES LUS.

CHIMIE. — *Sur les hydrates alcalins. Troisième Mémoire : Hydrates de potasse et de soude ;* par M. **E.-J. Maumené**. (Extrait par l'auteur.)

« *Hydrates de potasse.* — L'hydrate *normal* de KO a été préparé, en 1796, par Lowitz; mais ce chimiste n'en a pas déterminé la composition : il a seulement indiqué la perte de 43 pour 100 d'eau de cristallisation. A cette époque, on croyait la potasse calcinée anhydre. Philippe Walter a reproduit l'hydrate de Lowitz, en 1836, et en a donné l'analyse :

KO.....................	49,9
HO.....................	50,1
	100,0

» Ce chimiste, obéissant aux règles d'alors, voulut voir dans ce résultat une *preuve* de la composition $KO(HO)^5$ qui donne des nombres bien différents :

KO........	51,09	et pour	49,9
HO........	48,91	»	47,78
	100,00		97,68

il admit un excès de $50,1 - 47,78 = 2,32$ d'eau absorbé pendant la pesée; mais une telle erreur n'est pas admissible de la part d'un chimiste qui a su obtenir des cristaux assez secs pour permettre à G. Rose d'en donner les formes.

» Les cristaux mis sous les yeux de l'Académie donnent rigoureusement 50,00 de KO et 50,00 d'eau quand ils sont *bien séchés*. On peut d'ailleurs les amener à cet état par une autre méthode : on les fait sécher dans un courant d'air pur, au bain d'eau salée. Quand leur poids est devenu constant, l'analyse donne des poids égaux de KO et HO.

» La formule est

$$(KO)^9(HO)^{47} \quad \text{ou} \quad KO(HO)^{5,222\ldots}.$$

» Lowitz avait indiqué un autre hydrate cristallisé à chaud en grandes lames rectangulaires. Sans analyse, le chimiste russe avait établi la différence de composition avec l'hydrate précédent en faisant savoir que cet hydrate lamellaire dégage de la chaleur avec l'eau, « par opposition aux » octaèdres qui abaissent la température à près de 0° » (p. 298).

» On reproduit aisément ces cristaux en versant la liqueur même, où se formerait l'hydrate normal à froid, mais très chaude encore, dans une capsule froide. Il se forme brusquement une croûte cristalline d'où s'étendent des lames minces comme celles du chlorate de potasse ou du décilène (*naphtaline*).

» Ces cristaux contiennent moins d'eau et dégagent de la chaleur avec ce liquide; $32^{gr},51$ mêlés avec 20^{cc} d'eau font monter le thermomètre de $+17°$ à $45°$. Leur analyse donne pour 1KO, 3,15HO. C'est l'hydrate de second ordre

$$\frac{KO}{HO} = \frac{47}{9} \times \frac{3}{5} = 3,1333\ldots.$$

» Ph. Walter a signalé un autre hydrate; d'après lui, l'hydrate où il croyait avoir trouvé 5HO perdait $3^{éq},5$ dans le vide sec et se réduisait à $(KO)^2(HO)^3$. Mais cet hydrate est réellement

$$(KO)^9(HO)^{\frac{47}{3}} \text{ ou } KO(HO)^{1,740740}\ldots.$$

» L'eau est réduite au quart du poids total, ou 25,00.

» La chaleur diminue encore la proportion d'eau et conduit à des hydrates qu'on peut obtenir cristallisés. L'hydrate pur, fondu au creuset d'argent jusqu'au point où le bouillonnement s'arrête, puis refroidi avec

lenteur, donne des cristaux, à la manière du soufre. Ceux qu'on obtient au rouge sombre sont identiques aux précédents $KO(HO)^{\frac{47}{27}}$. Ceux qu'on obtient au rouge visible dans le jour sont réduits à la quantité d'eau formant les trois seizièmes de leur poids total.

$$\frac{KO}{HO} \times \frac{3}{13} = 1^{éq}, 205 \text{ d'eau.}$$

» Ceux qu'on obtient à la chaleur blanche (c'est la masse entière, mais cristalline) sont réduits au huitième de leur poids d'eau.

$$\frac{KO}{HO} \times \frac{1}{7} = 0^{éq}, 746 \text{ d'eau.}$$

» Une expérience de Davy, donnée avec tous ses détails, conduit à $1^{éq},30$ pour une potasse fondue au rouge. Aucun hydrate ne donne $1^{éq},000$.

» *Hydrates de soude.* — L'hydrate normal peut être obtenu cristallisé. Il a été analysé par Schœne qui a donné pour sa composition $NaO(HO)^5$, comme pour l'hydrate de potasse découvert par Lowitz.

» Sans m'arrêter à faire observer que les composés de la potasse et de la soude n'ont presque jamais la même composition, je dirai de suite qu'il m'est impossible de comprendre comment le chimiste allemand a pu commettre cette erreur. Les cristaux d'hydrate de soude lamelleux, rappelant le fer spathique, peuvent être desséchés, soit par ma méthode de l'atmosphère séchée par la soude fondue, soit par la dessiccation dans le courant d'air, au bain d'eau salée. Par les deux méthodes on trouve un poids d'eau rigoureusement égal à celui de la soude NaO ; ce poids égal, bien loin de conduire à $5^{éq},222$ . . . d'eau comme pour la potasse, donne seulement $3^{éq},444$ . . . . Les formules comparées sont très simples :

$$(KO)^9(HO)^{47}, \quad (NaO)^9(HO)^{31}.$$

» A la chaleur blanche on obtient un hydrate où l'eau est réduite au huitième du poids total, ce qui correspond à $0^{éq}, 492$. On a

$$\tfrac{31}{9} \times \tfrac{1}{7} = 0^{éq}, 492.$$

» J'ai trouvé : $0^{éq},499$.

» Cet hydrate a été observé dans certaines soudes commerciales, par M. Pichon, d'Elbeuf.

» La soude paraît avoir offert un hydrate *à excès d'eau* (par rapport au

normal). Otto Hermès aurait obtenu un hydrate $NaO(HO)^8$ en cristaux. Je ne puis dire exactement en quoi consiste l'erreur de ce chimiste, mais je puis affirmer que ses indications pour l'obtenir sont inexactes. Il l'aurait obtenu à 0°. Un autre chimiste, Lindroth, l'aurait reproduit à — 22°. Je n'ai pu l'obtenir avec la soude pure ni à 0°, ni à — 22°, ni même à — 36°.

» *Conclusions.* — De l'étude des hydrates de BaO, SrO, KO et NaO comme de mes précédentes recherches et de toutes les autres, il est permis de conclure :

» 1° La Théorie générale est la base unique de l'explication des actions chimiques;

» 2° Elle détruit l'hypothèse des hydrates MO, HO sur laquelle on avait établi l'une des pierres angulaires de la Théorie dite *atomique*;

» 3° Elle débarrasse la Chimie de toutes les hypothèses, toutes inutiles pour cette explication et toutes de nature à nuire (suivant l'expression même d'un de leurs partisans) à « l'éducation intellectuelle » des étudiants;

» 4° J'ai appelé *Chimie vraie* l'étude basée sur la Théorie générale. Cette dénomination sera, je l'espère, adoptée dès à présent par tous les chimistes. »

MÉMOIRES PRÉSENTÉS.

VITICULTURE. — *Sur les effets des badigeonnages goudronneux sur les vignes phylloxérées.* Note de M. BALBIANI.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

« Chargé depuis plusieurs années par M. le Ministre de l'Agriculture de faire des essais sur la destruction de l'œuf latent ou œuf d'hiver du Phylloxera, j'avais proposé à cet effet le badigeonnage des souches avec un mélange composé de 9 parties de goudron de houille et de 1 partie d'huile lourde. Par des expériences préliminaires, je m'étais assuré que ce mélange, doué d'une grande puissance de pénétration, imbibait les écorces et agissait comme un toxique énergique sur les œufs placés au-dessous de celles-ci.

» Mais les badigeonnages goudronneux présentent un inconvénient grave : c'est celui d'être dangereux pour les vignes lorsqu'il faut les dépouiller de la majeure partie de leur écorce avant de pratiquer le badi-

geonnage. C'est ce qui a lieu pour les vignes âgées qui présentent une épaisse couche d'écorces en voie d'exfoliation. J'ai dû, pour cette raison, renoncer à leur emploi, au moins comme méthode générale de destruction des œufs d'hiver dn Phylloxera. Mais, dans le cours des essais auxquels ils ont donné lieu, j'ai eu l'occasion de constater quelques faits intéressants de l'action de ces mélanges sur la vigne et son parasite, faits sur lesquels je désire appeler l'attention de l'Académie.

» En ce qui concerne d'abord leurs effets sur les œufs d'hiver du Phylloxera, il a été fait une expérience décisive démontrant la possibilité de tuer jusqu'au dernier les œufs déposés dans un même vignoble, par une application de coaltar en badigeonnage sur les vignes.

» Un de nos champs d'expérience, une jeune plantation de Riparia, sise au domaine de la Paille, près de Montpellier, se couvrait chaque printemps, au moment de la pousse, et dans toute son étendue, de nombreuses galles phylloxériques, qui allaient ensuite se multipliant sur les feuilles jusqu'à la fin de la végétation. Pendant l'hiver de 1883-84, une moitié des vignes de ce champ fut badigeonnée avec un mélange de coaltar additionné d'un dixième d'huile lourde, tandis que l'autre moitié ne reçut aucun traitement. Au printemps suivant, le résultat que l'on attendait de cette expérience se réalisa de la façon la plus complète, c'est-à-dire que pas une galle n'apparut dans la partie traitée, tandis que les vignes qui n'avaient pas été traitées en offraient par milliers sur leurs feuilles nouvellement épanouies. Les galles ayant, comme on sait, pour origine les insectes issus des œufs d'hiver, qui, après leur éclosion, se dirigent vers les feuilles pour y former ces excroissances dans lesquelles ils se multiplient, il en résulte que tous les œufs d'hiver, sans exception, que renfermaient les vignes badigeonnées, avaient été détruits par l'opération pratiquée quelques mois auparavant. Ce résultat a été constaté par de nombreux témoins, parmi lesquels je nommerai MM. Henri Marès, Planchon, Foëx, Riley, le professeur Brandza (de Bucharest), etc.

» Ce fait n'est pas le seul intéressant pour la pratique auquel ait donné lieu l'expérience que je viens de rapporter. Quelques personnes ont soutenu que l'invasion d'un vignoble n'était pas toujours due aux essaimages d'ailés qui viennent déposer sur les souches, par l'intermédiaire des sexués, leurs œufs d'hiver, mais que l'infection pouvait aussi se produire par de jeunes Phylloxeras aptères que des coups de vent jettent sur les vignes. On a conclu de là que les moyens dirigés contre l'œuf d'hiver étaient insuffisants pour arrêter la marche du fléau, puisqu'il restait la voie autrement large

de sa propagation par les jeunes aptères transportés par les vents. S'il en était ainsi, il faudrait que l'aspect actuel de notre vigne de la Paille fût, pour ainsi dire, celui d'un seul et vaste champ de galles, puisque, d'avril à septembre, c'est-à-dire pendant six mois, les jeunes Phylloxeras qui se promenaient sur les vignes ou à l'entour de celles-ci sur le sol avaient eu tout le temps d'être disséminés par les courants d'air dans toutes les parties du champ et d'y former de nouvelles galles. Or ce champ présente encore actuellement le même aspect qu'au printemps dernier, c'est-à-dire que les galles sont restées localisées, comme alors, dans la partie non traitée; tout au plus en trouve-t-on quelques-unes sur les vignes traitées, placées à la limite des deux lots, qui entremêlent leurs sarments avec ceux des vignes gallifères servant de témoins, par lesquelles elles ont été contaminées par contact direct.

» Cette observation me paraît tout à fait concluante pour démontrer que la transmission, même à une très courte distance, c'est-à-dire de vigne à vigne, dans un même champ, n'a pas lieu par de jeunes Phylloxeras aptères mécaniquement transportés par l'air. A plus forte raison, ceux-ci ne pourraient être emportés ainsi à de grandes distances d'un foyer phylloxérique. Cela ne veut pas dire que les Phylloxeras gallicoles ne jouent pas un rôle important dans la propagation du parasite. Ce rôle a été clairement indiqué depuis longtemps par M. Max. Cornu (*Comptes rendus*, 15 décembre 1873).

» Il résulte de la transformation des Phylloxeras gallicoles en Phylloxeras radicicoles, qui viennent accroître les populations souterraines et ajouter de nouveaux éléments aux essaimages futurs.

» J'avais appelé sur ce point l'attention de M. Couanon, délégué du Ministère de l'Agriculture, qui, dans les premiers jours de ce mois d'octobre, visita le champ d'expérience de la Paille. M. Couanon constata effectivement de nombreux renflements frais, couverts de Phylloxeras, dans la partie non traitée, tandis que dans la partie traitée, dénuée de galles, les radicelles ne présentaient que des renflements desséchés et flétris, dont la formation remontait évidemment à une époque antérieure au traitement. Le badigeonnage avait donc eu ce résultat, en supprimant les galles, d'empêcher la multiplication du Phylloxera sous terre et la destruction des radicelles par la formation de nouveaux renflements. Ces faits mettent dans tout son jour le danger de l'introduction dans nos vignobles des cépages américains, si sujets à la production de galles phylloxériques.

» Je ne m'étendrai pas plus longuement sur ces essais de traitement des

vignes par les badigeonnages goudronneux. Je les ai exposés avec détail dans le Rapport que je viens de présenter à ce sujet à M. le Ministre de l'Agriculture ([1]). On y trouvera aussi la formule de la nouvelle préparation par laquelle j'ai proposé de remplacer les mélanges au goudron, dont j'ai signalé les inconvénients dans cette Note, et les résultats des premières applications pratiques faites avec le nouveau mélange. Je veux seulement signaler encore ici un dernier effet observé sur les vignes goudronnées : c'est le retard qu'éprouvent dans leur végétation les ceps qui ont reçu un badigeonnage complet au goudron, les bourgeons compris.

» On constate que ces plants goudronnés subissent tous, à la pousse, un retard de quinze jours à trois semaines au moins sur les plants qui n'ont pas subi cette opération. On doit attribuer sans doute ce résultat à l'obstacle plus ou moins complet que l'enduit formé par le goudron oppose à l'évaporation de la sève. Le même résultat a été observé aussi sur d'autres végétaux, le Lilas, divers arbres fruitiers. Les branches goudronnées ont toutes présenté un retard sensible dans leur végétation sur les branches non goudronnées de la même plante. Peut-être y aurait-il là une indication à saisir pour soustraire la vigne et d'autres végétaux aux effets des gelées tardives du printemps en retardant la pousse : mais il faudrait recourir pour cela à une substance qui n'exposât pas la plante au même danger que le goudron. »

M. **Retzluff-Boursier** adresse une Communication relative au Phylloxera.

(Renvoi à la Commission du Phylloxera.)

M. **E. Durand**, M. **F. Follacci** adressent diverses Communications relatives à la direction des aérostats.

(Renvoi à la Commission des aérostats.)

M. **A. Hochereau** prie l'Académie de soumettre à l'examen d'une Comsion son Mémoire sur les causes d'explosion des chaudières à vapeur.

(Commissaires : MM. Phillips, Tresca, Resal.)

([1]) *Journal officiel* du 1er octobre 1884.

CORRESPONDANCE.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° Un Mémoire publié à Copenhague, par M. *Ad. Hannover*, « Sur la structure du crâne humain dans l'encéphalie, dans la cyclopie et dans la synotie ». (Présenté par M. Vulpian.)

2° Une Brochure de M. *H. Beaunis*, intitulée « De la justesse et de la fausseté de la voix. Étude de physiologie musicale. » (Présentée par M. Marey.)

3° La Conférence faite par M. *Ch. de Comberousse*, au Congrès tenu à Rouen en 1883 par l'Association française pour l'avancement des Sciences, sur « le transport de l'énergie ». (Présentée par M. Bouquet de la Grye.)

L'**Administration des mines de Finlande** adresse, pour la Bibliothèque de l'Institut, la 7e livraison de la Carte géologique de la Finlande.

ASTRONOMIE. — *Occultations d'étoiles par la Lune, observées à Toulouse pendant l'éclipse totale du 4 octobre 1884.* Note de M. **Baillaud**, présentée par M. Tisserand.

« Dans le Tableau suivant, la première colonne indique les numéros des étoiles d'après la liste dressée par l'observatoire de Poulkowa ; la deuxième, la nature du phénomène; la troisième, l'heure en temps moyen de Toulouse; la quatrième, l'observateur : F. désigne M. Fabre ; S.-B., M. Saint-Blancart ; B., M. Baillaud.

85....	I	9h.24m.25s,7	F.
		26,1	B.
81....	I	9.26.51,6	S.-B.
74....	E	9.31.40,9	B.
		41,2	S.-B.
63....	E	9.40. 5,4	B.
94....	I	10. 0.35,8	B.
		35,9	F.
		37,2	S.-B.

95....	I	h m s 10. 7.31,8	F.
		32,7	S.-B.
		33,0	B.
85....	E	10.24.37,4	B.
		48,8	S.-B.
96....	I	10.25.59,1	S.-B.
106....	I	10.33. 1,1	B.
		2,2	F.
107....	I	10.39.25,5	F.
108....	I	10.41. 9,6	F.
109....	I	10.41.20,3	S.-B.
		20,6	B.
		21,7	F.

» M. Fabre observait au grand télescope, M. Saint-Blancart à l'équatorial Secretan, M. Baillaud à l'équatorial Brunner. L'une des deux observations de 85 E est évidemment en erreur de dix secondes ».

ASTRONOMIE. — *Observations de l'éclipse de Lune du 4 octobre 1884, faites à l'observatoire de Bordeaux;* par MM. **Doublet**, **Flamme** et **Courty**. Transmises par M. G. Rayet.

« Les observations de l'éclipse de Lune du 4 octobre 1884 ont été faites, à l'observatoire de Bordeaux, dans des conditions atmosphériques assez favorables; mes aides ont obtenu, pendant la totalité du phénomène, les immersions ou les émersions de plusieurs étoiles indiquées par M. O. Struve, dans le n° 2615 des *Astronomische Nachrichten*.

» Les observations ont été faites aux deux équatoriaux de 8 et de 14 pouces.

» I. *Observations à l'équatorial de 8 pouces.* — A l'équatorial de 8 pouces (longitude ouest de Paris, $11^m 26^s,2$; latitude nord, $44° 50' 6'',2$) et avec un grossissement de 73 fois, M. Flamme, aide-astronome, a obtenu les résultats suivants :

Numéro de l'étoile de O. Struve.	Temps moyen de Bordeaux. Immersion.	Émersion.
	h m s	h m s
61	»	9.17.50,0
63	»	9.30.25,0
82	9.22.29,5	»

Numéro de l'étoile de O. Struve.	Temps moyen de Bordeaux.	
	Immersion.	Émersion.
	h m s	h m
85	9.14.34,2	10.17.24,6
96	10.19. 8,4	»
106	10.24. 5,4	»
108	10.30. 5,6	»

» M. Flamme a trouvé l'observation des immersions ou des émersions des étoiles de 9e ou 10e grandeur impossible en dehors de la période de totalité, l'éclairage du champ par la moindre partie encore éclairée de la Lune suffisant à faire disparaître les très faibles étoiles à observer, ainsi que le bord de la Lune.

» Pour les immersions il y a, suivant les notes de M. Flamme, jonction des images de la Lune et de l'étoile bien avant l'instant vrai du phénomène; on pourrait même dire qu'il y a pénétration de l'image dans celle de la Lune, et cela, à tel point qu'il ne faut pas perdre un instant de vue cette image, sous peine de ne plus la retrouver, bien qu'elle n'ait pas encore disparu. Cependant l'instant à noter est bien caractérisé par la diminution d'éclat assez brusque et très suffisamment sensible qui se produit; il semble que l'étoile fasse un plongeon. A partir de ce moment, elle a complètement disparu.

» Les émersions sont caractérisées par un phénomène inverse.

» II. *Observations à l'équatorial de 14 pouces.* — M. Doublet, aide-astronome, a observé à l'équatorial de 14 pouces (longitude, 11^{m}26^s,3; latitude, 40°50′3″,2), avec un grossissement de 271 fois, l'émersion de l'étoile n° 82. Il a trouvé :

Numéro de l'étoile de O. Struve.	Temps moyen de Bordeaux.	
	Immersion.	Émersion.
		h m s
82	»	9.52.37,4

» M. Courty, élève-astronome, a observé au même instrument et avec le même grossissement la seconde partie de l'éclipse. Les résultats obtenus sont les suivants :

Numéro de l'étoile de Struve.	Temps moyen de Bordeaux.	
	Immersion.	Émersion.
	h m s	h m s
85	»	10.17.25,5
106	10.24. 6,0	
107	10.29.56,0	

» Dans ses notes, M. Courty constate qu'il lui a été impossible d'observer après l'étoile n° **107**, la Lune commençant à sortir de l'ombre et les étoiles de 10ᵉ grandeur devenant aussitôt invisibles.

» Il remarque aussi que, pour l'immersion, le phénomène de complète disparition de l'étoile est très net, mais que, avant la disparition, l'étoile semble entrer sur le disque lunaire, qu'elle faiblit ensuite un peu et qu'enfin elle disparaît brusquement. On dirait, dit-il, que le bord du disque lunaire est transparent. Ce qui est certain, ajoute-t-il, c'est que l'étoile ne disparaît pas au moment de son entrée derrière le disque.

» Quant aux observations d'émersion, elles paraissent avoir montré des phases inverses. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la comète Wolf* (1884), *faites au cercle méridien de l'observatoire de Bordeaux*. Note de M. **Courty**, transmise par M. G. Rayet.

Dates. 1884.	Temps moyen de Bordeaux.	Ascension droite apparente conclue.	Distance apparente au pôle nord.	Log fact. parallaxe.
	h m s	h m s	° ′ ″	
Sept. 28	8.47.57,14	21 20. 3,87	71.13.25,7	$-\bar{1}$,4134
Oct. 13	8. 5.35,08	21.36.43,12	78.31.57,0	$-\bar{1}$,3150
16	7.58.15,42	21.41.11,92	79.58.16,1	$-\bar{1}$,2988

» L'éclat général de la comète paraît avoir légèrement augmenté depuis les premières observations, mais le noyau reste toujours comparable à une étoile de 9ᵉ grandeur; la nébulosité est ronde. »

ASTRONOMIE. — *Observations de la nouvelle planète* (244), *faites à l'observatoire d'Alger* (*télescope de* 0^m,50 *d'ouverture*); par M. **Rambaud**. (Communiquées par M. Mouchez.)

Dates. 1884.	Temps moyen d'Alger.	Ascension droite apparente.	Log fact. parallaxe.	Déclinaison apparente.	Log fact. parallaxe.
	h m s	h m s		° ′ ″	
Oct. 17	11. 7.12	2.15.48,81	$(9,243)_n$	+13.26. 1,3	0,555
18	11.12.48	2.14.54,44	$(9,187)_n$	+13.18.28,3	0,554

ASTRONOMIE. — *Observation de l'éclipse totale de Lune (4-5 octobre 1884), faite à Orgères (Eure-et-Loir)*; par M. **Edm. Lescarbault.**

« *Samedi 4 octobre 1884.* — Un peu avant $7^h 20^m$ du soir, au moment où la Lune va entrer dans la pénombre, le ciel se couvre d'une bande de grumeaux grisâtres, allant du nord au sud.

» A $8^h 15^m$ soir, vent nord modéré. L'attente est trompée, le temps ayant été très beau jusque-là. Des duvets gris et des plaques grises, plus foncées, venant du nord avec assez de rapidité, ont couvert le ciel presque dans sa totalité ; il ne reste que de petites éclaircies ; la Lune est quelquefois cachée tout à fait, le plus souvent voilée, de façon à être un peu visible à travers la lunette de 5 pouces, munie d'un grossissement de cinquante à soixante fois seulement. Le champ est un peu plus grand que la Lune, qui est quelquefois assez brillante durant de courts instants.

» Baromètre = $28^{po} 0^{lig},80$.

» La Lune est d'un blanc jaune très légèrement verdâtre; le ciel n'a plus qu'une teinte rouge, très peu sensible, même à peine sensible. Cette teinte était prononcée au moment du crépuscule.

» Vers $9^h 15^m$ du soir, le ciel se découvre, il ne reste plus que quelques alto-cumuli et quelques grandes plaques d'un gris très faible, très diffuses, très vaporeuses, venant du nord avec rapidité, voilant la Lune de temps en temps. Cela dure à peu près jusqu'au moment où l'ombre de la Terre passe par les extrémités d'un diamètre de notre satellite ; cependant, l'ombre n'est pas trop diffuse sur son contour; mais il m'est impossible de constater si elle s'écarte de la figure d'un arc de cercle, et, comme la Lune est sphérique et non pas plane, il en résulte que le cône d'ombre projeté sur sa surface doit y dessiner une ligne courbe de moindre courbure à l'endroit le plus saillant de notre satellite.

» Le rayon de cet astre étant excessivement petit, relativement à sa distance au Soleil, l'effet est sensiblement nul et la base du cône d'ombre, au lieu de passer par le centre de la Lune, ayant un diamètre à peu près quatre fois aussi grand que celui de cette dernière, il me paraît bien difficile, vu l'indécision de la limite entre l'ombre et la pénombre, de dire si l'arc de l'ombre sur la Lune s'écarte de la forme d'un arc de cercle.

» Longtemps avant la totalité, l'ombre était d'un bleu noir bien évident

(entre le bleu et l'indigo), avec une bordure presque noire, de $2'$ de largeur environ, qui disparut vers 10^h du soir. Pendant ce temps, aucun détail n'est visible sur le disque lunaire. Cependant, les bords des cirques, que je n'avais pas le temps de reconnaître à cause du passage fréquent de vapeurs, étant obliques sur la surface générale et réfléchissant de la lumière vers nous, il en résultait que le contour de l'ombre présentait de petites échancrures, assez nombreuses et bien appréciables.

» Quelque temps avant la totalité, une nouvelle bande de flocons et de grumeaux vient encore du nord et voile la Lune, qui, pourtant, reste un peu visible, rougeâtre à l'œil nu, jaune grisâtre dans la lunette. Les particularités de la Lune sont un peu visibles; la bordure noirâtre de $2'$ de largeur, avec ses échancrures, reparaît vers 10^h30^m, pour s'évanouir vers 11^h45^m. De 10^h15^m à 11^h30^m, le ciel avait été en partie découvert.

» Une troisième bande de flocons, venant toujours du nord, passe au devant de la Lune avant sa sortie de l'ombre; puis le ciel se découvre de nouveau, et je ne trouve plus rien de particulier à noter pendant le passage à travers la pénombre.

» *Dimanche 5 octobre* 1884, 1^h *du matin*. — Vent du nord modéré, très froid; ciel à peu près complètement découvert.

» Autour de la Lune est une couronne de $15°$ à $16°$ de diamètre, de $30'$ environ de largeur, d'un rouge un peu sombre, d'un ton faible, diffuse sur ses bords; dans son intérieur, la surface du cercle est d'un jaune gris, seulement sensible. Cela n'a aucun rapport avec l'éclipse de la Lune. »

MÉCANIQUE CÉLESTE. — *Sur la détermination des orbites par trois observations.* Note de M. R. RADAU.

« L'équation du plan d'une orbite en coordonnées héliocentriques peut se mettre sous les formes suivantes

$$(1)\qquad c'x' = cx + c''x'',\quad c'y' = cy + c''y'',\quad c'z' = cz + c''z'',$$

où c, c', c'' sont les rapports des triangles n, n', n'' (compris entre les rayons vecteurs r, r', r'') au quadrilatère $n + n''$. On a des relations analogues pour la Terre. Prenons maintenant l'écliptique pour plan des x, y, et posons

$$x = \rho\cos\mathcal{L} + R\cos L,\quad y = \rho\sin\mathcal{L} + R\sin L,\quad z = \rho\tang\lambda.$$

» En désignant par $\vartheta, \vartheta', \vartheta''$ les intervalles $t''-t', t''-t, t'-t$, multipliés par la constante de Gauss, et posant

$$(2) \qquad c = \frac{\vartheta}{\vartheta'} + \gamma, \quad c'' = \frac{\vartheta''}{\vartheta'} - \gamma, \quad c' = 1 - \delta,$$

on aura approximativement

$$(3) \qquad \gamma = \frac{\vartheta'' - \vartheta}{3\vartheta'}\delta, \quad \delta = \frac{\vartheta\vartheta''}{2r'^3},$$

et des relations analogues entre les quantités C, C′, C″, Γ, Δ, R′, relatives à l'orbite de la Terre; par conséquent,

$$(4) \qquad \varepsilon = \frac{\gamma - \Gamma}{\delta - \Delta} = \frac{\vartheta'' - \vartheta}{3\vartheta'}, \quad \frac{\delta}{\Delta} = \left(\frac{R'}{r'}\right)^3.$$

» Les longitudes étant comptées à partir de R′ ($L' = 0$), on trouve

$$(5) \qquad \begin{cases} c\rho\beta' = c'\rho'\beta - (\gamma - \Gamma)\text{N}\,\text{tang}\lambda'', \\ c''\rho''\beta' = c'\rho'\beta'' + (\gamma - \Gamma)\text{N}\,\text{tang}\lambda, \\ c''\rho''\beta = c\rho\beta'' + (\gamma - \Gamma)\text{N}\,\text{tang}\lambda'; \end{cases}$$

$$(6) \qquad \frac{c'\rho'\text{A}'}{\text{R}'\beta'} = (\delta - \Delta)(1 + \varepsilon\text{P}),$$

où

$$\beta = \text{tang}\lambda' \sin\mathfrak{L}'' - \text{tang}\lambda'' \sin\mathfrak{L}', \quad \beta' = \text{tang}\lambda \sin\mathfrak{L}'' - \text{tang}\lambda'' \sin\mathfrak{L},$$
$$\beta'' = \text{tang}\lambda \sin\mathfrak{L}' - \text{tang}\lambda' \sin\mathfrak{L},$$
$$\text{B} = \text{tang}\lambda \sin(\mathfrak{L}'' - \text{L}) - \text{tang}\lambda'' \sin(\mathfrak{L} - \text{L}),$$
$$\text{B}'' = \text{tang}\lambda \sin(\mathfrak{L}'' - \text{L}'') - \text{tang}\lambda'' \sin(\mathfrak{L} - \text{L}''),$$
$$\text{A}' = \text{tang}\lambda \sin(\mathfrak{L}'' - \mathfrak{L}') - \text{tang}\lambda' \sin(\mathfrak{L}'' - \mathfrak{L}) + \text{tang}\lambda'' \sin(\mathfrak{L}' - \mathfrak{L}),$$
$$\text{N} = \text{R}'' \sin\text{L}'' - \text{R} \sin\text{L}, \quad \text{P} = \frac{\text{RB} - \text{R}''\text{B}''}{\text{R}'\beta'}.$$

» Si l'on néglige d'abord $\gamma - \Gamma$, les relations (5) donnent les rapports des distances raccourcies ρ, ρ', ρ'', pourvu qu'on puisse calculer c, c', c'' avec une valeur approchée de r'. Cette valeur de r' est fournie par l'équation (6). En effet, si l'on pose

$$\frac{\sin\chi'}{r'} = \frac{\sin\zeta'}{\text{R}'} = \frac{\sin(\chi' - \zeta')}{\rho'}\cos\lambda',$$

où χ' est l'angle à la Terre, $\delta - \Delta$ peut s'exprimer par $\sin^3\zeta'$, et, en

regardant le facteur c' comme donné, l'équation (6) prend la forme

$$a + b\cot\zeta' = \sin^3\zeta'. \tag{7}$$

Elle est alors du huitième degré par rapport à $\sin\zeta'$. Pour la résoudre, je me sers du procédé graphique que j'ai déjà appliqué à la solution du problème de Kepler. Les paramètres a, b étant regardés comme des coordonnées, l'équation (7) représente un système de droites qui rencontrent les axes a, b à des distances de l'origine respectivement égales à $\sin^3\zeta'$ et à $\sin^3\zeta' \tang\zeta'$; il suffit donc de tracer ces droites pour une série de valeurs de ζ' inférieures à 90°; le diagramme donne ensuite, à vue, la valeur de ζ' qui correspond à des valeurs données de a, b (pour $\zeta' > 90°$, on n'a qu'à changer le signe de b). Ayant trouvé ζ' en faisant d'abord $c' = 1$, on pourra calculer c' et trouver une valeur plus exacte de ζ'. On aura ainsi très vite une valeur approchée de r', qui permettra de faire usage des relations (5).

» Mais ces relations peuvent se mettre sous une forme plus élégante. En posant

$$\alpha = \cot\lambda\sin(\mathfrak{L} + \omega),\quad \alpha' = \cot\lambda'\sin(\mathfrak{L}' + \omega),\quad \alpha'' = \cot\lambda''\sin(\mathfrak{L}'' + \omega),$$
$$A = A'\cot\lambda\cot\lambda'\cot\lambda'',\quad M = R\cos L - R''\cos L'',$$
$$\tang\omega = \frac{\varepsilon N}{R' + \varepsilon M},\quad Q = \frac{R' + \varepsilon M}{\cos\omega},$$

elles deviennent

$$\frac{cz}{\alpha'' - \alpha'} = \frac{c'z'}{\alpha'' - \alpha} = \frac{c''z''}{\alpha' - \alpha} = (\delta - \Delta)\frac{Q}{A}, \tag{8}$$

de sorte qu'elles donnent directement les rapports des distances ρ. L'angle ω, qui dépend de ε, approche de zéro lorsque $\vartheta = \vartheta''$. En tout cas, ω et Q pourront se calculer avec la valeur approchée de ε que donne la formule (4). Les relations (8) contiennent aussi, sous une forme nouvelle, l'équation (6) qui donne r'.

» Dans le cas d'une orbite parabolique, on peut encore former une autre équation qui détermine r'. On y arrive au moyen de la relation très approchée

$$\vartheta r^2 + \vartheta'' r''^2 = \vartheta' r'^2 + \vartheta\vartheta'\vartheta''\left(\frac{1}{r'} - \frac{1}{a}\right), \tag{9}$$

d'où le terme $\frac{1}{a}$ disparaît dans le cas de la parabole ($a = \infty$). En faisant,

pour la Terre, $a = 1$, on trouve

$$\frac{\vartheta}{\vartheta'}(r^2 - R^2) + \frac{\vartheta''}{\vartheta'}(r''^2 - R''^2) - (1 + 2\delta)(r'^2 - R'^2) = 2\delta R'^2,$$

et les différences $r^2 - R^2$ étant exprimées par les distances ρ, que les relations (8) permettent d'exprimer en fonctions du rapport $\xi = \frac{\delta}{\Delta}$, on obtient une équation de la forme

$$(\xi - 1)^2(a + b\xi) + (\xi - 1)(a' + b'\xi) = 1,$$

en arrêtant le développement des dénominateurs $\frac{1}{c}, \frac{1}{c'}, \frac{1}{c''}$ quand les coefficients deviennent très petits. Les relations (8) déterminent d'ailleurs le signe de la différence $\xi - 1$; on sait donc d'avance si l'on aura $\xi > 1$ ou bien $0 < \xi < 1$, ce qui limite la recherche des racines.

» Ayant trouvé r' par l'un de ces moyens, on a aussi ρ', puis ρ et ρ'' par les formules (5) ou (8), après avoir calculé c, c', c''. On pourra aussi se borner à déterminer le rapport $\rho : \rho''$ par l'une de ces formules, et calculer ρ par l'équation du second degré que fournit la relation

$$\vartheta r^2 + \vartheta'' r''^2 = \vartheta' r'^2 + \frac{\vartheta\vartheta'\vartheta''}{r'},$$

si nous exprimons r et r'' par ρ et $m = \frac{\rho''}{\rho}$. Les distances ρ, ρ'' donnent immédiatement r et r'', et les éléments paraboliques s'obtiennent alors comme il suit. Si nous combinons t'' avec les positions symétriques t et $2T - t$, l'équation de Lambert conduit aux relations

$$\sin w = \frac{3\vartheta'}{\sqrt{2}(r + r'')^{\frac{3}{2}}}, \quad s = \sqrt{2}\sin\tfrac{1}{3}w, \quad S = \frac{1}{2s}\frac{r'' - r}{r'' + r}, \quad \sqrt{2}\sin\tfrac{1}{3}W = S,$$

$$t + t'' - 2T = (t'' - t)\frac{\sin W}{\sin w}, \quad \frac{2q}{r + r''} = 1 - s^2 - S^2,$$

qui donnent q et T. On trouve ensuite i, Ω, ϖ par les formules connues, et la seconde approximation peut s'obtenir d'une foule de manières. »

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Recherches sur les groupes d'ordre fini contenus dans le groupe semi-cubique Cremona.* Note de M. **Autonne**, présentée par M. C. Jordan.

« Une substitution Cremona S d'ordre n et son inverse S^{-1} sont définies, comme on sait, par les symboles

$$S = |\, z_i \quad \varphi_i(z_1, z_2, z_3)\,|, \qquad S^{-1} = |\, z_i \quad \theta_i(z_1, z_2, z_3)\,| \quad (i = 1, 2, 3),$$

où φ et θ désignent des polynômes homogènes en z_i d'ordre n, entre lesquels existent les relations

$$\varphi_i(\theta_1, \theta_2, \theta_3) = \mathrm{M} z_i, \quad \theta_i(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3) = \mathrm{N} z_i.$$

» D'ailleurs les équations

$$\Sigma_i u_i \varphi_i = 0, \quad \Sigma_i v_i \theta_i = 0,$$

u_i, v_i = const. arbitraire, représentent en coordonnées z_i deux réseaux d'ordre n à un point d'intersection mobile et $n^2 - 1$ fixes, dits *fondamentaux*. Soient maintenant deux substitutions Cremona d'ordres n et n'

$$\mathrm{S} = | z_i \quad \varphi_i | \quad \text{et} \quad \mathrm{S}' = | z_i \quad \varphi'_i |.$$

» Posons

$$\Phi_i = \varphi'_i(\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3)$$

et soit P, d'ordre p, le facteur commun aux Φ_i, la substitution d'ordre $nn' - p$

$$| z_i \quad \Psi_i |,$$

obtenue en posant $\Phi_i = \mathrm{P}\Psi_i$, sera par définition la substitution S'S, produit de S' par S, à condition que le réseau

$$\Sigma_i w_i \Psi_i = 0,$$

d'ordre $nn' - p$, satisfasse aux conditions indiquées plus haut.

» La convention précédente permet de déterminer d'une manière précise un *groupe* Cremona, d'une façon identique à toute autre nature de substitutions. L'*ordre* d'un groupe Cremona est l'ordre *maximum* des substitutions du groupe. Un groupe *semi-cubique* est un groupe cubique tel que le produit de deux substitutions cubiques du groupe soit d'ordre deux au plus. On sait d'ailleurs que toute substitution Cremona peut être envisagée comme un produit de substitutions quadratiques Cremona et de collinéations.

» Les groupes semi-cubiques peuvent se ramener par un choix convenable de coordonnées à l'un des types suivants; je suppose d'ailleurs expressément qu'il n'existe pas de points fondamentaux infiniment rapprochés.

» Première catégorie. — *Premier type.* — Groupe dérivé des substitutions

$$\begin{vmatrix} z_1 & z_1 z_3 \\ z_2 & z_2 z_3 \\ z_3 & z_1 z_2 \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} z_1 & z_2 \\ z_2 & z_1 \\ z_3 & z_3 \end{vmatrix},$$

jointes à un certain nombre de substitutions de la forme

$$\begin{vmatrix} z_1 & b_1 z_1 f \\ z_2 & b_2 z_2 f \\ z_3 & -b_3[z_3 f-(a_1-a_2)\varphi] \end{vmatrix}, \quad \text{où} \quad f=\begin{vmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ a_1 & a_2 & a_3 \\ 1 & 1 & 1 \end{vmatrix},$$

$b_i =$ racine de l'unité, $a_i b_i = 1$, $a_1 a_2 - a_3^2 = 0$, $\varphi = z_3^2 - z_1 z_2$.

» *Second type* (dix substitutions) dérivé de

$$\begin{vmatrix} z_1 & \tau^2 z_1 u \\ z_2 & \tau^3 z_2 u \\ z_3 & z_3 u-(\tau-\tau^4)\varphi \end{vmatrix}, \quad \begin{vmatrix} z_1 & \tau^3 z_2 \\ z_2 & \tau^2 z_1 \\ z_3 & z_3 \end{vmatrix}, \quad \text{où} \quad u=\begin{vmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ \tau^4 & \tau & -1 \end{vmatrix}, \quad \tau^5=1.$$

» *Troisième type* (huit substitutions), dérivé de

$$\begin{vmatrix} z_1 & j z_1(z_3-z_1) \\ z_2 & j^{-1} z_2(z_3-z_1) \\ z_3 & z_1(z_2-z_3) \end{vmatrix}, \quad \text{où} \quad j^8=1.$$

» *Quatrième type* (vingt-quatre substitutions), dérivé de

$$A=\begin{vmatrix} z_1 & z_1[z_3-z_2)u-(\theta^2-\theta)\varphi] \\ z_2 & z_2[z_3-z_2)u-(\theta^2-\theta)\varphi] \\ z_3 & -z_2[(z_3-z_1)u-(\theta^2-\theta)\varphi] \end{vmatrix}, \quad AB=\begin{vmatrix} z_1 & z_1 z_3 \\ z_2 & z_1 z_3 \\ z_3 & z_1 z_2 \end{vmatrix}, \quad l=\begin{vmatrix} z_1 & z_2 \\ z_2 & z_1 \\ z_3 & z_3 \end{vmatrix},$$

et

$$p=\begin{vmatrix} z_1 & \theta z_1 v \\ z_2 & \theta^2 z_2 v \\ z_3 & z_3 v-(\theta-\theta^2)\varphi \end{vmatrix}, \quad \text{où} \quad \theta^3=1, \quad \varphi=z_3^2-z_1 z_2$$

et

$$u=\begin{vmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ \theta & \theta^2 & -1 \\ \theta^2 & \theta & -1 \end{vmatrix}, \quad v=\begin{vmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ \theta^2 & \theta & -1 \end{vmatrix}.$$

» *Cinquième type* (vingt-quatre substitutions), dérivé des substitutions A, AB, l jointes à la collinéation

$$L=\begin{vmatrix} z_1 & \theta z_1 \\ z_2 & \theta^2 z_2 \\ z_3 & z_3 \end{vmatrix}, \quad \text{mais} \quad u=\begin{vmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ \theta & \theta^2 & 1 \\ \theta^2 & \theta & 1 \end{vmatrix};$$

le reste comme plus haut.

» Deuxième catégorie. — Le groupe semi-cubique G contient un groupe linéaire g, d'ordre fini, et résulte de la combinaison de g avec le groupe Γ dérivé des substitutions

$$A = \begin{vmatrix} z_1 & z_1 F \\ z_2 & z_2 F \\ z_3 & k_3 z_1 z_2 f \end{vmatrix}, \quad B = \begin{vmatrix} z_1 & z_1 F \\ z_2 & k_2 z_1 z_3 f \\ z_3 & z_3 F \end{vmatrix}, \quad C = \begin{vmatrix} z_1 & k_1 z_2 z_3 f \\ z_2 & z_2 F \\ z_3 & z_3 F \end{vmatrix},$$

$$D = \begin{vmatrix} z_1 & (z_1 - z_3)[F + k_3(z_2 - z_3)(k_2 z_1 - k_1 z_2)] \\ z_2 & (z_2 - z_3)[F + k_3(z_1 - z_3)(k_2 z_1 - k_1 z_2)] \\ z_3 & k_3(z_1 - z_3)(z_2 - z_3)(k_2 z_1 - k_1 z_2) \end{vmatrix}.$$

» Les symboles F et f sont

$$F = \begin{vmatrix} z_2 z_3 & z_3 z_1 & z_1 z_2 \\ 1 & 1 & 1 \\ k_2 k_3 & k_3 k_1 & k_1 k_2 \end{vmatrix}, \quad f = \begin{vmatrix} z_1 & z_2 & z_3 \\ 1 & 1 & 1 \\ k_1 & k_2 & k_3 \end{vmatrix}.$$

» Le groupe Γ contient seize substitutions; quant au groupe g, il a une des quatre formes suivantes :

» *Premier type.* — Les constantes k_i sont quelconques; g se réduit à l'unité, et G aux seize substitutions de Γ.

» *Deuxième type* — On a $k_i = \theta^i$, $\theta^3 = 1$, G contient 16,6 substitutions, g dérive des collinéations

$$\begin{vmatrix} z_1 & \theta^2 z_2 \\ z_2 & \theta z_1 \\ z_3 & z_3 \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{vmatrix} z_1 & z_2 \\ z_2 & z_3 \\ z_3 & z_1 \end{vmatrix}.$$

» *Troisième type.* — On a $k_1 = i$, $k_2 = 1 + i$, $k_3 = 1$, $i^2 + 1 = 0$; G contient 16.4 substitutions; g dérive de la collinéation

$$\begin{vmatrix} z_1 & -z_3 \\ z_2 & z_1 - z_3 \\ z_3 & z_2 - z_3 \end{vmatrix}.$$

» *Quatrième type.* — On a $k_1 = 3 + \sqrt{5}$, $-k_2 = 1 + \sqrt{5}$, $k_3 = 2$. G contient 16.10 substitutions; g contient dix collinéations et dérive de

$$\begin{vmatrix} z_1 & k_1 z_3 \\ z_2 & k_2(z_3 - z_1) \\ z_3 & k_3(z_3 - z_2) \end{vmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{vmatrix} z_1 & k_1 k_2 k_3 z_1 \\ z_2 & k_2^2(k_3 z_1 - k_1 z_3) \\ z_3 & k_3^2(k_2 z_1 - k_1 z_2) \end{vmatrix}. \text{ »}$$

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Observations de magnétisme terrestre, faites en Russie par M. le général* **A. de Tillo**, présentées par M. Mouchez.

« Ayant achevé mon Ouvrage sur l'intensité du magnétisme terrestre, Ouvrage qui va paraître dans le *Recueil météorologique* ([1]) de l'Académie impériale des Sciences de Saint-Pétersbourg (t. IX), j'ai l'honneur de communiquer sommairement les résultats de mes recherches.

» *Pour la Russie d'Europe* et les contrées avoisinantes (notamment pour les latitudes de 35° à 80° nord et les longitudes de 15° à 70° est de Greenwich), j'ai réuni en tout plus de huit cent vingt points d'observation de l'intensité magnétique (horizontale et totale).

» Au nombre de ces points d'observation, il y en a deux cent vingt-quatre qui ont servi à l'investigation de la variation séculaire de l'intensité : ce sont ceux où les observations ont été effectuées à des époques différentes (de 1806 à 1884). Grâce à ces nombreuses observations, dont la majeure partie appartient à Hansteen (1828-1830) et à J. Smirnow (1871-1878), j'ai trouvé que la variation séculaire de l'intensité est une fonction de la latitude et de la longitude du lieu.

» La petite Table qui suit donne les valeurs de la variation séculaire ou plutôt du changement annuel de l'intensité horizontale, exprimées en unités absolues du système métrique, pour la Russie d'Europe :

Longitude est de Greenwich.	Latitude nord.								
	35°-40°	40°-45°	45°-50°	50°-55°	55°-60°	60°-65°	65°-70°	70°-75°	75°-80°
15°-30°.....	−0,0019	−0,0018	−0,0016	−0,0013	−0,0010	−0,0008	−0,0006	−0,0004	−0,0001
30-45.....	−0,0013	−0,0012	−0,0010	−0,0007	−0,0004	−0,0002	± 0	+0,0002	+0,0005
45-60.....	−0,0006	−0,0005	−0,0003	± 0	+0,0003	+0,0005	+0,0007	+0,0009	+0,0012
60-75.....	+0,0001	+0,0002	+0,0004	+0,0007	+0,0010	+0,0012	+0,0014	+0,0016	+0,0019

(Erreur probable, ± 0,0004.)

» Pour ce qui concerne l'intensité totale, son changement annuel est à peu près le même pour les latitudes de 35°-80° nord, au méridien 45° est de Greenwich.

([1]) Rédigé par M. H. Wild.

Variation annuelle de l'intensité totale :

Latitude nord.	
35°-45°	+ 0,0002
45-55	+ 0,0001
55-65	+ 0,0003
65-80	— 0,0002

» Par contre, la variation de l'intensité totale change comme il suit, selon la longitude du lieu, pour les latitudes 35°-80° nord :

Longitude est de Greenwich.	
15°-30°	— 0,0015
30-45	— 0,0010
45-60	+ 0,0005
60-75	+ 0,0008

(Erreur probable, ± 0,0009.)

» Ces résultats sont consignés sur deux petites Cartes sur lesquelles les lieux ayant la même variation séculaire (horizontale et totale) ont été reliés par des lignes, conformément à ce que j'ai fait avant pour le changement annuel de la déclinaison et de l'inclinaison de l'aiguille aimantée.

» La ressemblance des lignes d'égale variation séculaire de l'intensité horizontale et de l'inclinaison est évidente. Les lignes zéro de la variation séculaire horizontale et totale traversent la Russie d'Europe du nord au sud.

» Moyennant ces recherches sur la variation séculaire au XIXe siècle, j'ai pu réduire avec facilité toutes les huit cent vingt observations à la même époque de l'an 1880 et j'ai construit une Carte des lignes isodynamiques pour la Russie d'Europe, dont je présente une copie autographe. Sur cette Carte, les lignes d'égale intensité horizontale et totale sont tracées de 0,1 à 0,1 (unités absolues de Gauss).

» La différence moyenne entre les observations directes et la lecture des valeurs de l'intensité d'après la Carte est, pour l'intensité horizontale, de ± 02 et, pour l'intensité totale, de ± 0,05. On ne peut considérer comme anomalies que les divergences qui dépassent pour l'intensité horizontale

la valeur $\pm 0{,}06$ et pour l'intensité totale la valeur $\pm 0{,}15$. Les plus grandes anomalies constatées jusqu'à présent sont celles de

	Différence entre l'observation et le tracé normal.	
	Int. hor.	Int. totale.
Jussar Ö (golfe de Finlande).......	$+2{,}34$ et $-1{,}48$	$+6{,}57$ et $-1{,}78$
Krükowskaja et Belgorod (au nord de Charkow....................	$+0{,}61$ et $+0{,}64$	$+0{,}67$ et $+0{,}88$

(unités de Gauss).

ÉLECTRICITÉ. — *Sur la force élémentaire de l'induction solaire dont la durée périodique est d'un jour moyen.* Note de M. **Quet.**

« Avant 1878, on ne connaissait pas les périodes des forces élémentaires d'induction dans lesquelles on peut décomposer l'action inductrice du Soleil sur les fluides électriques de la Terre. Je fis alors connaître que l'une d'elles avait un jour solaire moyen pour période, avec une inégalité horaire d'un an, qu'une autre avait pour période la durée de la rotation apparente du Soleil autour de son axe, vue de la Terre.... Il est très facile de remarquer que ces périodes se retrouvent dans les observations faites avec les boussoles magnétiques, et l'esprit est naturellement porté à attribuer ces coïncidences au rapport de cause à effet. J'ai pensé qu'il était bon de suspendre tout jugement jusqu'à ce que l'on ait fait des recherches plus complètes. Comme il s'agit ici d'une question assez importante, j'ai cru qu'il ne serait pas inutile d'isoler autant que possible les forces élémentaires les unes des autres, afin d'en examiner plus aisément les caractères. C'est ce que je me propose de faire pour les principales d'entre elles. J'examinerai en premier lieu celle qui correspond à un jour solaire moyen. J'ai pu atteindre le but après avoir découvert la proposition générale que voici :

» *La force d'induction produite par un système quelconque de courants électriques sur une particule m de fluide électrique positif est perpendiculaire à la vitesse relative ov de cette particule et à la direction od de la ligne de force qui passe par le point o du champ magnétique ; elle est dirigée vers la gauche de la vitesse personnifiée et regardant od ; enfin elle est mesurée par l'aire*

du parallélogramme construit sur ov et od; *si f désigne cette force, on a*

$$f = m\,dv \sin e,$$

e étant l'angle vod.

» Dans le cas où le Soleil agit sur la Terre, l'action sur la masse *m* placée au centre du globe sera dirigée du centre de la Terre vers le centre du Soleil ou en sens contraire, suivant qu'il s'agit de l'électricité positive ou négative, ou bien suivant que le pôle magnétique austral du Soleil est au nord ou au sud de l'écliptique.

» Pour tous les autres points de la Terre, les forces analogues seront sensiblement égales et parallèles à la précédente. A chaque instant, les fluides électriques du globe sont donc soumis à deux systèmes de forces, qui convergent les unes vers le centre du Soleil et les autres vers le point opposé.

» A mesure que la sphère céleste tourne, emportant le Soleil qui a, en outre, son mouvement propre, les forces d'induction suivront le Soleil ou le point opposé, tourneront avec la sphère céleste et achèveront leur tour en un jour solaire moyen.

» Ces forces conserveront leur intensité, et leur direction subira une variation d'une durée périodique, égale à un jour solaire moyen. Ce résultat, qui est obtenu très simplement, peut servir à vérifier ceux de la théorie analytique générale que j'ai exposée. »

ÉLECTRICITÉ. — *Sur les décharges disruptives de la machine de Holtz.* Note de M. l'abbé **Maze**, présentée par M. Jamin.

« Lorsque l'on emploie une machine de Holtz dont l'excitateur est construit de telle sorte que l'étincelle puisse se tirer, à volonté, à droite ou à gauche de l'axe de l'appareil, on constate que la position à donner à la partie mobile de cet excitateur est loin d'être indifférente.

» Ainsi, si on laisse celui-ci au complet, avec ses boules et son condensateur; si, de plus, on donne aux deux branches mobiles une position telle que la boule qui dégage l'électricité positive soit plus près de son condensateur que n'est l'autre du sien, en un mot, si l'on rompt la symétrie en portant l'ouverture des boules du côté positif, on obtient, avec un écartement moyen, deux aigrettes étroites et inégales en longueur, la plus

longue correspondant au pôle positif. Ces aigrettes ne se rejoignent pas, mais produisent de petites détonations sourdes : je les appellerai *aigrettes détonantes*.

» Si, sans rien modifier au reste de la machine, on change le côté de l'ouverture de manière que le conducteur positif soit le plus long, les choses changent complètement de face : il n'est plus possible, quel que soit l'écartement des boules, d'obtenir les aigrettes détonantes; c'est toujours l'étincelle crépitante ordinaire qui se produit.

» On peut encore démontrer l'influence du manque de symétrie, en enlevant la boule du pôle positif. Si alors l'interception est du côté positif, on peut obtenir une double aigrette très épanouie et très longue. Si, au contraire, l'interruption a lieu du côté du pôle négatif, l'aigrette atteint au plus la moitié de la longueur précédente. Si l'on enlève la boule du pôle négatif, l'influence de la symétrie ne se manifeste pas.

» On peut reprendre ces expériences après avoir enlevé les condensateurs : les phénomènes sont généralement de même ordre que dans les cas précédents, mais beaucoup moins intenses.

» Les phénomènes optiques ne sont pas d'ailleurs les seuls qui prouvent l'importance de la question de symétrie. Des faits d'ordre mécanique conduisent aux mêmes conclusions. En effet, si, après avoir privé l'excitateur de ses boules, on suspend entre les pointes une bande de papier, longue de $0^m,10$ et large de $0^m,2$, en plaçant l'ouverture du côté du pôle positif, le papier est énergiquement repoussé par le pôle négatif; si, au contraire, l'interruption a lieu du côté du pôle négatif, la répulsion se fait par le pôle positif. Cette expérience réussit avec ou sans les condensateurs, mais le résultat est plus net lorsque ceux-ci sont supprimés.

» Il est digne de remarque que, si les branches de l'excitateur sont placées symétriquement par rapport à l'axe de la machine, la répulsion se fait par le pôle positif avec les bouteilles de Leyde; par le pôle négatif, quand on ne les emploie pas.

» Dans ce qui précède, je ne me suis pas écarté de la simple exposition des faits, ne voulant préjuger aucune théorie. Il me semble que la cause des phénomènes observés doit être cherchée dans une induction réciproque des diverses parties de la machine. »

CHIMIE. — *Sur le trifluorure de phosphore.* Note de M. H. **Moissan**, présentée par M. Debray.

« On sait que le trifluorure de phosphore a été peu étudié jusqu'ici. D'après quelques recherches qui n'avaient pas eu pour but d'étudier spécialement les combinaisons du fluor avec les métalloïdes, on regardait ce composé comme étant un corps liquide bouillant à 60°.

» Le trifluorure de phosphore $PhFl^3$ est un corps gazeux, qui s'obtient en faisant réagir le phosphure de cuivre bien sec sur le fluorure de plomb exempt de silice. La préparation se fait dans un tube de laiton qui est fermé par un bouchon de liège portant un tube abducteur en plomb. Le gaz traverse ensuite un petit flacon laveur et est séché au moyen de ponce sulfurique.

» Le trifluorure de phosphore à la température de 24° n'est pas liquéfié, dans l'élégant appareil de M. Cailletet, par une pression de 180^{atm}. Mais, dans ces conditions, si l'on détend brusquement le gaz en le ramenant à la pression de 50^{atm}, il se transforme en un liquide repassant rapidement à l'état gazeux. A la température de — 10° et sous une pression de 40^{atm}, le fluorure de phosphore se maintient à l'état liquide. Il se présente dans ces conditions sous la forme d'un fluide très mobile, tout à fait incolore, n'attaquant pas le verre.

» La densité du trifluorure de phosphore gazeux a été déterminée au moyen de l'appareil de Chancel. On l'a trouvée égale à 3,022. La densité théorique du composé $PhFl^3$ serait 3,0775, en regardant la densité du fluor comme étant 1,32673.

» Le trifluorure de phosphore est un gaz incombustible en présence de l'air; mais, additionné d'un demi-volume d'oxygène, il détone au contact d'une flamme ou de l'étincelle électrique. Lorsqu'il est pur, il ne fume pas à l'air. Il se décompose lentement à la température ordinaire en présence de l'eau. La solution obtenue dans ces conditions renferme de l'acide fluorhydrique et de l'acide phosphoreux. La présence de ce dernier composé est mise en évidence par la réduction à chaud d'une solution d'acide sulfureux et par la formation rapide d'hydrogène phosphoré dans l'appareil de Marsh.

» La décomposition du trifluorure de phosphore par l'eau, analogue

à celle du trichlorure, peut donc être représentée par l'égalité suivante :

$$PhFl^3 + 6HO = PhO^3, 3HO + 3HFl.$$

» En présence de la vapeur d'eau à 100°, la décomposition du fluorure de phosphore est plus active. Elle exige encore cependant dix à quinze minutes.

» Le trifluorure de phosphore est rapidement absorbé, avec élévation de température, par une solution de potasse ou de soude. Il se forme dans ce cas un phosphite alcalin. L'absorption est plus lente en présence de l'eau de baryte ou d'une solution de carbonate de potasse.

» Le gaz fluorure de phosphore se décompose immédiatement en présence des solutions d'acide chromique ou de permanganate de potasse. Il est absorbé par l'alcool absolu, avec élévation de température, sans que le liquide porté ensuite à l'ébullition puisse régénérer le gaz.

» Le fluorure de phosphore est absorbé instantanément par le brome. En présence du bore amorphe ou du silicium cristallisé, porté au rouge sombre, il fournit du fluorure de bore ou du fluorure de silicium.

» En présence du sodium fondu, le fluorure de phosphore est rapidement décomposé. L'éprouvette s'emplit complètement de mercure. Le cuivre dans les mêmes conditions le décompose plus lentement.

» Le gaz ammoniac se combine au fluorure de phosphore sec, à froid, en fournissant une matière laineuse très légère, blanche, qui disparaît au contact de l'eau.

» L'action de l'oxygène sec nous a semblé très intéressante. On se souvient que, d'après Berzélius, Davy avait pensé à isoler le fluor en faisant brûler le fluorure de phosphore dans une atmosphère d'oxygène enfermée dans un vase de fluorine. Cette expérience, si elle a été faite par le grand chimiste anglais, n'a jamais été publiée, du moins nous ne l'avons trouvée nulle part.

» Nous avons vu précédemment que le trifluorure de phosphore ne fumait pas à l'air, s'absorbait très lentement par l'eau et fournissait dans ce cas de l'acide phosphoreux.

» Vient-on à faire un mélange de 4^{vol} de fluorure de phosphore et de 2^{vol} d'oxygène, puis à faire traverser le tout par une étincelle électrique, il se produit une violente détonation. Le volume diminue et l'on obtient un gaz dont les propriétés diffèrent de celles du trifluorure de phosphore.

Ce nouveau composé fume à l'air, est absorbé instantanément par l'eau en se décomposant et le liquide obtenu ne renferme plus trace d'acide phosphoreux. La solution fournit toutes les réactions de l'acide phosphorique. Le nouveau gaz obtenu dans cette expérience est du fluorure de phosphore à moitié brûlé : c'est, pensons-nous, l'oxyfluorure de phosphore $PhFl^3O^2$. L'étude de cet oxyfluorure n'est pas terminée.

» Le dosage du phosphore dans le trifluorure a été fait en mesurant un certain volume de gaz et en l'absorbant ensuite par une solution de potasse. Le phosphite de potasse était additionné d'acide azotique, évaporé à sec, calciné, repris par l'eau, et, après filtration, on précipitait tout l'acide phosphorique à l'état de phosphate ammoniaco-magnésien.

» J'ai pu doser le fluor en m'appuyant sur une propriété assez intéressante du fluorure de phosphore. Si l'on fait passer dans une cloche courbe, sur le mercure sec, un certain volume de fluorure de phosphore et qu'on porte ensuite la partie courbée au rouge sombre, le phosphore et le fluor se séparent. Le volume diminue et l'on voit assez rapidement les vapeurs de phosphore se condenser sur la partie froide en petites gouttelettes. La décomposition est complète en quarante minutes environ. Le volume a diminué d'un quart et la paroi de verre chauffée a été fortement corrodée. Le gaz restant est formé entièrement de fluorure de silicium, décomposable par l'eau, avec dépôt de silice

$$\underbrace{4PhFl^3}_{16^{vol}} + 6Si = \underbrace{3Si^2Fl^4}_{12^{vol}} + 4Ph.$$

» Ainsi, sous l'action de la chaleur, le fluorure de phosphore s'est décomposé, et le fluor mis en liberté a formé avec le silicium du verre du gaz fluorure de silicium. D'après le volume de fluorure de silicium, il est facile de déterminer la quantité de fluor. Ces expériences m'ont conduit à adopter, pour le composé décrit ci-dessus, la formule $PhFl^3$.

» En étudiant le résidu qui se trouve dans la cloche, on voit qu'il est formé en grande partie de phosphore ordinaire, soluble dans le sulfure de carbone, d'une certaine quantité d'acide phosphorique et d'un peu de phosphore rouge.

» Dans de prochaines Communications, j'aurai l'honneur de soumettre à l'Académie de nouvelles recherches sur ces composés du fluor et des métalloïdes. »

CHIMIE AGRICOLE. — *De l'emploi des engrais potassiques en Bretagne.* Note de M. G. LECHARTIER, présentée par M. Peligot.

« Les engrais phosphatés ont permis d'effectuer, en Bretagne, le défrichement d'étendues considérables de landes; ils constituent, avec les matières azotées, les principaux engrais complémentaires en usage dans la culture bretonne, et jusqu'ici on a laissé de côté la question de l'emploi des engrais potassiques comme complément des fumures normales. On considère généralement les roches granitiques et schisteuses qui ont servi à former la majeure partie de nos terres arables en Bretagne comme possédant des réserves de potasse que l'on peut utiliser avec le concours des engrais phosphatés. En effet, on a vu sur des terres de landes nouvellement défrichées le phosphate fossile et le noir animal produire des récoltes de sarrasin et de seigle presque égales à celles que l'on obtiendrait avec des engrais complets.

» Mais, après plusieurs récoltes, l'action des phosphates diminue rapidement : les réserves en principes assimilables que le sol possédait se trouvent en grande partie épuisées, et, si les engrais complets deviennent nécessaires, il faut en conclure que les décompositions lentes dont les roches sont le siége sous l'influence du travail mécanique et des agents atmosphériques sont insuffisantes à réparer les pertes subies par la couche arable.

» De même, dans les terres depuis longtemps en culture, les engrais phosphatés, en produisant des suppléments de récoltes, font consommer les réserves que le sol possédait en potasse assimilable, et il peut arriver que les engrais potassiques deviennent utiles dans une culture améliorante.

» Le granite et les schistes contiennent de la potasse et en abandonnent une proportion notable à l'action dissolvante des acides énergiques.

Numéros.		Potasse dissoute par kilogramme.
		gr
1.	Schistes gris bleuâtre (carrière Saint-Cyr, près Rennes)..	2,438
2.	Schistes gris jaunâtre	3,104
3.	Schistes rouges de Pont-Réan	5,157
4.	Granite (Sens, Ille-et-Vilaine)	5,980

» Mais la potasse que les acides enlèvent de la roche réduite en poudre

fine est-elle immédiatement assimilable pour les plantes que nous cultivons? Pour résoudre cette question, nous avons opéré comme nous l'avons fait ([1]) pour étudier la solubilité des phosphates contenus dans ces mêmes roches. Nous avons formé des sols artificiels avec ces roches pulvérisées et nous y avons ajouté des engrais dépourvus de potasse et contenant tous les autres principes nécessaires à l'alimentation d'une plante. Nous avons semé dans chaque sol 4 graines de sarrasin.

» Dans le schiste n° 1, deux pieds se sont développés; tout en restant chétifs, ils ont fleuri et ont donné 14 graines pesant $0^{gr}, 240$; le poids de la paille s'élevait à $1^{gr}, 413$. Cette récolte contenait $0^{gr}, 024$ de potasse empruntée au schiste. Mais dans les autres expériences faites simultanément avec le granite, le schiste de Pont-Réan et le schiste n° 3, le résultat a été tout différent. Les graines ont germé; mais les jeunes plantes n'ont pas tardé à disparaître. Un second et un troisième semis ont eu le même sort.

» Ces résultats, négatifs dans trois essais sur quatre, montrent que la potasse de ces roches encore engagée dans des combinaisons silicatées n'est que très imparfaitement assimilable et qu'un travail est nécessaire pour l'amener à un état tel, qu'elle puisse être absorbée par les racines des végétaux. Il était permis de conclure de ces premiers essais que l'emploi des engrais phosphatés peut épuiser ou amoindrir notablement les réserves du sol en potasse assimilable, au point de rendre utiles les engrais potassiques.

» Deux séries d'expériences ont été faites, les unes sur des landes, immédiatement après leur défrichement, les autres sur des terres depuis longtemps soumises à une culture intensive.

» Les landes font partie de l'exploitation de M. Hunault, agriculteur à Orgères. Les engrais employés furent le sulfate d'ammoniaque, le sulfate de potasse, le phosphate précipité, le superphosphate et le phosphate fossile. Quelle que fût la nature du phosphate employé, avec ou sans accompagnement d'azote, la potasse a signalé sa présence d'une manière non douteuse. Ce résultat concorde avec la pratique qui consiste à employer les cendres comme engrais dans les défrichements.

» Les autres essais ont été faits sur les terres de la ferme-école des Trois-Croix, près de Rennes, avec le concours de son directeur, M. Héris-

([1]) *Comptes rendus*, 28 avril 1884.

sant. Ils ont eu lieu en 1883 et en 1884 sur un champ qui est désigné dans l'exploitation sous le nom de *Champ-Nord*. Les plantes cultivées ont été successivement le sarrasin et le blé. Les engrais ont été appliqués au sarrasin; mais leur effet s'est encore très nettement fait sentir sur le blé qui l'a suivi. Le champ avait reçu une forte fumure en 1879 et avait produit successivement betteraves, orge, trèfle et blé d'hiver. L'effet de cette fumure devait être à peu près épuisé en 1883, lors du semis de sarrasin. On a employé des quantités d'engrais calculées de manière à fournir, sur une étendue de 1 are, 1^{kg} d'acide phosphorique, 2^{kg} de potasse et $0^{kg},3$ ou $0^{kg},6$ d'azote ammoniacal. Voici les résultats obtenus rapportés à 1 hectare :

		Sarrasin, 1883.		Blé, 1884.	
Numéros.	Engrais.	Grain.	Paille.	Grain.	Paille.
1.	Phosphate précipité..............	550 kg	550 kg	1374 kg	1910 kg
2.	Phosphate et potasse.............	950	2300	1811	1826
3.	Phosphate et azote ($0^{kg},3$)........	300	400	1488	2416
4.	Phosphate, azote ($0^{kg},3$) et potasse..	1400	4900	2246	3477
5.	Phosphate, azote ($0^{kg},6$).........	600	1200	1448	2281
6.	Phosphate, azote ($0^{kg},6$) et potasse..	1300	2300	2367	3279

» Dans le reste du champ qui n'avait pas reçu d'engrais, la récolte avait à peu près la même valeur que sur la parcelle n° 1.

» D'autres essais, dans lesquels le phosphate précipité avait été remplacé par le phosphate fossile, ont fourni des résultats analogues aux précédents, soit avec le sarrasin, soit avec le blé.

» On voit ainsi que l'effet de ces engrais, à peu près nul en ce qui concerne l'acide phosphorique, s'est prolongé dans le même sens pendant deux ans, tout en faveur de la potasse.

» Ces expériences seront continuées; mais nous avons voulu exposer les résultats de ces premiers essais commencés au laboratoire et continués dans les champs, pour appeler l'attention sur leur conséquence pratique, qui peut avoir une grande importance pour l'agriculture de la Bretagne. Les faits que nous signalons sont assez nets pour que d'autres essais soient tentés dans cette voie nouvelle, non encore explorée.

» Nous ne saurions prétendre que, dans tous les cas, les engrais potassiques produiront des effets aussi marqués que ceux dont nous avons été témoin; mais nous ne saurions croire que les terres de la ferme-école

des Trois-Croix, soumises à une culture améliorante, forment une exception unique, et nous pensons que la question des engrais potassiques en Bretagne mérite d'être étudiée sérieusement. »

PATHOLOGIE EXPÉRIMENTALE. — *Nouvelles expériences comparatives sur l'inoculabilité de la scrofule et de la tuberculose de l'homme au lapin et au cobaye*. Note de M. S. **Arloing**, présentée par M. Bouley.

« I. Un certain nombre de médecins et de chirurgiens, s'appuyant sur des considérations cliniques, admettent encore la dualité de la scrofule et de la tuberculose, tandis que la plupart des anatomopathologistes et des expérimentateurs réunissent ces deux affections en une seule espèce nosologique. Toutefois l'entente n'est parfaite ni dans un groupe ni dans l'autre.

» Comme nous désirons attirer exclusivement l'attention sur l'inoculabilité de ces maladies, on nous permettra de glisser sur les divergences qu'on peut relever chez les cliniciens et les histologistes. Si nous examinons surtout les travaux accomplis depuis que l'inoculabilité de la tuberculose a été démontrée, nous trouvons des expérimentateurs très déterminés à confondre la scrofule et la tuberculose. Cependant, si l'on parcourt les Mémoires ou les Notes publiées par Conheim, Schuller, Colas, Hyp. Martin, Poulet et Kiener, Lannelongue, on rencontre quelques résultats qui autorisent des doutes sur les déductions absolues qu'ils ont tirées. Au surplus, un expérimentateur dont l'opinion doit avoir une grande valeur en pareil cas, M. Villemin, conclut à la séparation des deux processus. Malheureusement, au point de vue expérimental, cette opinion repose sur deux inoculations dont les suites ont été différentes.

» II. En étudiant avec soin les conditions dans lesquelles les expériences ont été faites, on s'aperçoit qu'elles furent variées et l'on conçoit, jusqu'à un certain point, la diversité des résultats que nous signalions plus haut. Il nous a donc paru important de refaire les inoculations comparatives de scrofule et de tuberculose, en tenant un compte rigoureux : 1° de l'origine du virus; 2° de l'espèce sur laquelle on l'implante; 3° du mode d'inoculation. Nous avons emprunté la tuberculose au poumon et aux séreuses, la scrofule exclusivement aux ganglions strumeux du cou, chez des sujets qui ne présentaient pas trace, cliniquement, de tuberculisation viscérale. Nous avons étudié la réceptivité du lapin et du cobaye pour chaque pro-

cessus. Les matières à inoculer étaient réduites en pulpe, exprimées et filtrées, afin de pouvoir être injectées dans le tissu conjonctif sous-cutané ou dans le péritoine.

» III. Si l'on injecte sous la peau du lapin et du cobaye de deux à cinq gouttes de suc de tubercules vrais, on obtient toujours une tuberculisation viscérale chez l'un et l'autre animal. Les résultats sont autres si l'on inocule le suc d'un ganglion strumeux. Le 20 janvier 1884, M. Cordier, chirurgien de l'hospice de l'Antiquaille, à Lyon, a l'obligeance de nous remettre un ganglion extirpé le jour même sur un jeune garçon de quatorze ans, offrant les signes cliniques de la scrofule pure et simple. Ce ganglion est caséeux au centre. Il est employé entièrement à la préparation d'un suc que nous inoculons à la dose de deux gouttes sous la peau de dix lapins et de dix cobayes. Or, à la date du 28 mars, tous les cobayes ont présenté des ganglions hypertrophiés, caséeux, et des tubercules dans la rate et le poumon; au contraire, les dix lapins n'ont offert aucune trace de tuberculisation viscérale ou ganglionnaire. Deux de ces derniers seulement ont montré, au siège de l'inoculation, un petit amas de fines granulations jaunâtres, quelques-unes caséeuses, indices d'une légère évolution locale du virus scrofuleux et de la résistance qu'oppose l'organisme du lapin à l'extension de ses effets.

» IV. Nous devions nous assurer si la différence de réceptivité que nous avons relatée entre le lapin et le cobaye se manifesterait encore après des inoculations intra-péritonéales. Le 19 avril 1884, M. Cordier veut bien nous adresser un second ganglion extirpé sur le même malade. Six lapins et six cobayes reçoivent deux gouttes de virus dans le péritoine. Les cobayes meurent ou sont sacrifiés du 11 au 22 mai; tous présentent des lésions dans la rate, les ganglions épiploïques ou le ganglion de la scissure postérieure du foie. Les lapins sont sacrifiés le 6 juin; tous sont dans un parfait état d'embonpoint; la cavité abdominale est nette; pas de pus, pas de tubercules ni de gonflement ganglionnaire.

» Dans deux circonstances où nous avons inoculé du pus de ganglions scrofuleux abcédés recueilli sur des individus dont l'état de santé excluait l'idée de tuberculose, le lapin et le cobaye ont toujours réagi de la façon sus-indiquée, c'est-à-dire que le cobaye s'est montré propre à la généralisation des processus scrofuleux et tuberculeux, tandis que le lapin s'est prêté seulement à l'évolution de la tuberculose vraie.

» V. Parfois, malgré les apparences, la lésion est tuberculeuse et infecte les deux espèces animales. Ainsi, dans une série d'expériences sur cinq où

l'on avait inoculé des fongosités articulaires, de la synovie de tumeur blanche, des lésions épiphysaires, nous avons observé la tuberculisation simultanée du lapin et du cobaye. Mais le fait le plus remarquable en ce sens est le suivant : quelques ganglions du cou enlevés à une jeune femme, qui n'offrait d'ailleurs aucun symptôme alarmant, infectent le lapin et le cobaye; trois semaines après l'opération, cette femme était emportée par une tuberculose aiguë.

» VI. Les faits contenus dans cette Note nous mettent en présence d'une double conclusion : ou bien la scrofule et la tuberculose sont des affections voisines, mais causées par des virus différents, ou bien elles dérivent d'un seul virus dont l'activité est modifiée plus ou moins dans la forme scrofuleuse. Nous poursuivons des recherches pour déterminer la nature des rapports qui peuvent exister entre les deux processus. Toutefois, tels qu'ils sont aujourd'hui, nos résultats légitiment la distinction maintenue par beaucoup de praticiens et permettent de poser expérimentalement un diagnostic différentiel important au point de vue clinique. »

ASTRONOMIE. — *Sur les nuages légers des régions supérieures de l'atmosphère terrestre.* Note de M. A. **Badoureau**, présentée par M. Cornu.

« M. Cornu a signalé à l'Académie des Sciences, dans sa séance du 22 septembre 1884, l'existence probable de nuages légers qui se forment dans les régions supérieures de l'atmosphère, qui produisent des phénomènes de diffraction, et qui donnent naissance autour du Soleil à une illumination colorée. J'ai fait, au sujet de ces nuages, l'hypothèse suivante, que j'ai l'honneur de soumettre à l'Académie.

» A la partie supérieure de l'atmosphère, la température s'abaisse jusqu'au zéro absolu, et, bien que la pression se réduise aussi à zéro, il est probable que l'*acide carbonique,* l'*azote* et l'*oxygène* s'y condensent successivement en nuages analogues à ceux que forme plus bas la vapeur.

» Dans le Soleil, les matières volatilisées et dissociées de l'intérieur se condensent et se combinent à la surface, où la température est moins élevée, et produisent des corps solides ou liquides, qui retombent à l'intérieur, et dont l'incandescence nous éclaire.

» Dans la Lune, la température est trop basse pour que les matières solides qui constituent sa surface puissent émettre des vapeurs *visibles*,

et ce serait aussi le cas de la Terre, sans la présence de l'eau, de l'acide carbonique, de l'azote et de l'oxygène.

» La surface de tous les corps, solides ou liquides, émet des vapeurs jusqu'à ce que leur pression propre atteigne un certain maximum, qui croît *très rapidement* avec la température. Il est probable que, dans les parties supérieures de l'atmosphère, la température est assez basse pour que la tension maximum de l'acide carbonique, et même de l'azote et de l'oxygène, ces gaz réputés jadis permanents, soit en rapport avec la faible pression qui s'y exerce.

» Dans ce cas, ce serait aux nuages formés par ces matières qu'on pourrait attribuer les phénomènes signalés le 22 septembre par M. Cornu. »

M. Ch.-V. Zenger adresse une Note intitulée : « La loi générale de réfraction. »

La séance est levée à 4 heures trois quarts. J. B.